This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

UC-NRLF
$B 24 210
QC
665
B38

Barkhausen

Problem der Schwingungserzeugung

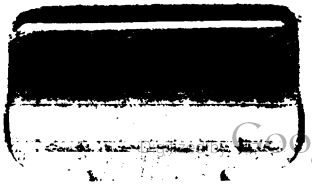
YC 10910

Verlag von S. Hirzel
Leipzig

Digitized by Google

LIBRARY
OF THE
UNIVERSITY OF CALIFORNIA.

Class



Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Das

Problem der Schwingungserzeugung

mit besonderer Berücksichtigung

schneller elektrischer Schwingungen

von

Dr. H. Barkhausen
Assistent am Institut für angewandte Elektrizitätslehre in Göttingen.

Mit 47 Abbildungen.

LIBRARY OF THE UNIVERSITY OF CALIFORNIA

Leipzig
Verlag von S. Hirzel
1907.

Digitized by Google

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung, vorbehalten.

Digitized by Google

Inhalt.

Seite

Einleitung.

§ 1. Thema und Abgrenzung der Arbeit 1
§ 2. Beziehung zwischen elektrischen und mechanischen Größen 2

I. Abschnitt: Elektrische Schwingungen.

A. Allgemeine Betrachtungen.

§ 3. Vorbemerkungen 3
§ 4. Der Satz I 4
§ 5. Gültigkeitsbereich und Folgerungen 6
§ 6. Energie: Allgemeines 7
§ 7. Meßmethoden der Energie 8
§ 8. Veränderlicher Widerstand. Gleichstrom- und Wechselstromenergieaustausch 11
§ 9. Veränderliche Induktion oder Kapazität. Mechanischer und Wechselstromenergieaustausch. 13

B. Die eintretenden Erscheinungen.

§ 10. Zweierlei Ursachen der Veränderung 16

a) Erste Gruppe. Änderung durch äußere Einwirkung.

α) Änderung des Ohmschen Widerstandes.

§ 11. Mikrophon 18
§ 12. Unterbrecher 24
§ 13. Die äußere Einwirkung. Selbsttätige Schwingungen . 28

β) Änderung der Induktion.

§ 14. Wechselstromdynamomaschinen 30
§ 15. Gleichstromdynamomaschinen 33

γ) Änderung der Kapazität.

§ 16. Influenzmaschinen 40

δ) § 17. Änderung der e. m. Kraft 42

b) Zweite Gruppe. Änderung durch den durchfließenden Strom.

§ 18. Vorkommende Fälle 43

α) Energie.

§ 19. Einschränkende Bedingung 44
§ 20. Energie und Charakteristik 45

β) Zweierlei Fälle.

§ 21. Erster Fall 48
§ 22. Zweiter Fall 49
§ 23. Dynamische Charakteristik 50

γ) Gleichstromstabilität.

§ 24. Kriterium von Kaufmann 52
§ 25. Erweiterungen 53
§ 26. Übergelagerter Wechselstrom 56

δ) Schwingungsstabilität.

§ 27. Bedeutung der Kapazität 58
§ 28. Kriterium für Stabilität 59

219413

Digitized by Google

Seite

ε) Beispiel.
§ 29. Allgemeine Gleichungen 60
§ 30. Diskussion 62
§ 31. Spezielle Fälle und Schaltungen 64
C. Der selbsttönende Lichtbogen.
a) Allgemeines.
§ 32. Eigenschaften des Lichtbogens 66
§ 33. Beobachtungsmethoden 67
b) Erster Schwingungstypus.
§ 34. Beschreibung 68
§ 35. Dämpfung und Frequenz 69
§ 36. Übergang zum zweiten Typus 71
c) Zweiter Schwingungstypus.
α) Stationäre Schwingungen.
§ 37. Beschreibung 71
§ 38. Einfluß von Vorschaltselbstinduktion L_0 79
§ 39. Energieverhältnisse 81
§ 40. Frequenz und Resonanzfähigkeit 84
§ 41. Leistungsfähigkeit bei hohen Frequenzen 85
β) Stabilität der Schwingungen.
§ 42. Das Entstehen von Schwingungen 87
§ 43. Zündcharakteristik 87
§ 44. Indifferente Linie 89
§ 45. Folgerungen 92
d) Dritter Schwingungstypus.
§ 46. Beschreibung 94
§ 47. Stabilität 95
II. Abschnitt: Mechanische Schwingungen.
A. Allgemeine Betrachtungen.
§ 48. Größere Komplikation bei den mechanischen Schwingungen 97
§ 49. Besondere Art, Schwingungen zu erzeugen 98
§ 50. Die analogen Sätze I und II 98
§ 51. Bedeutung der Eigenschwingung 100
B. Die eintretenden Erscheinungen.
a) Erste Gruppe. Direkte Steuerung.
§ 52. Änderung der Maße oder Elastizität 102
§ 53. Änderung des Reibungskoeffizienten 103
b) Zweite Gruppe. Indirekte Steuerung.
§ 54. Die notwendige Verzögerung 105
§ 55. Beispiele für gekoppelte Schwingungen 105
C. Elektromagnetische Unterbrecher und Verwandtes.
§ 56. Allgemeines 106
§ 57. Verzögerung durch Selbstinduktion, Hysteresis oder schlechten Kontakt 107
§ 58. Verzögerung durch gekoppelte Schwingung 108
Zusammenfassung 111

Digitized by Google

Einleitung.

§. 1. **Das Thema.** In der Mechanik sind schon seit langem jene eigentümlichen Erscheinungen bekannt, bei denen durch eine konstante, ganz unperiodische Energiequelle eine dauernde, ungedämpfte Schwingung eines schwingungsfähigen Gebildes hervorgerufen wird. So entsteht bei der Orgelpfeife oder Violinsaite durch ganz gleichmäßiges Anblasen oder Anstreichen ein dauernder reiner Ton. Während hier unter dem Einfluß einer unperiodischen Kraft der Ton gewissermaßen von selbst entsteht, ja bei manchen Reibungserscheinungen ein solches störendes Tönen kaum vermeidlich ist, hat man andererseits absichtlich Anordnungen erdacht, solche periodischen Vorgänge aus unperiodischen Kräften zu erzeugen, so bei der elektrischen Klingel und bei dem Uhrpendel.

Zu den mechanischen Schwingungsvorgängen findet sich nun bekanntlich eine weitgehende Analogie im Gebiete der Elektrodynamik an Systemen, die aus Selbstinduktion und Kapazität bestehen. Obwohl man schon lange die an solchen Systemen auftretenden gedämpften elektrischen Eigenschwingungen kennt und benutzt, andererseits auch schon durch absichtliche Anordnungen ungedämpfte Schwingungen niedriger Frequenz, sogen. Wechselströme, erzeugt, ist doch erst vor kurzem eine Erscheinung beobachtet worden, die jenem selbsttätigen Entstehen mechanischer Schwingungen aus einer unperiodischen Kraft analog ist. Duddell[1]) hat nämlich gefunden, daß ein aus Kapazität und Selbstinduktion bestehendes System, welches man einem Lichtbogen geeigneter Art parallel legt, dauernd von einem Wechselstrom durchflossen wird. Dieser gibt sich durch einen von dem Lichtbogen ausgehenden Ton entsprechender Tonhöhe kund. Daß diese Erscheinung

1) W. Duddell, The Electrician **46**, 269 u. 310, 1900.

Digitized by Google

die völlige elektrische Analogie der oben genannten mechanischen Vorgänge ist, wurde zuerst und am nachdrücklichsten von H. Th. Simon[1]) ausgesprochen. In einer Reihe von Arbeiten[2]) hat derselbe, zum Teil in Gemeinschaft mit M. Reich, sich erfolgreich bemüht, das tiefere Wesen des fraglichen Vorganges aufzuklären, einmal, um zu ergründen, wie sich der Duddellsche Versuch auch zur Erzeugung hochfrequenter Wechselströme zu den Zwecken der drahtlosen Telegraphie und Telephonie ausgestalten ließe, dann auch, um jene mechanischen Vorgänge in noch anderer und allgemeinerer Weise im Gebiete der elektrischen Schwingungen nachzuahmen und zu verwerten. In der Tat ist in jenen Arbeiten auf einige solcher Möglichkeiten hingewiesen, nach denen man das Problem zu lösen erwarten könnte, Hinweise, denen ältere und neuere Versuche mehrfach recht gegeben haben.

Die folgende, an die genannten Arbeiten anknüpfende Untersuchung bezweckt, das Problem der Schwingungserregung in der Physik unter möglichst allgemeinen Gesichtspunkten exakt zu diskutieren; alsdann die Einzelfälle, soweit sie von Interesse sind, theoretisch und experimentell zu behandeln, namentlich aber von den gewonnenen allgemeinen Gesichtspunkten aus an das Problem der Erzeugung und Verstärkung elektrischer Schwingungen heranzutreten. Das Problem der Erzeugung ungedämpfter elektrischer Schwingungen ist das zurzeit im Vordergrunde stehende Problem der drahtlosen Telegraphie, das Problem der Verstärkung elektrischer Schwingungen ist das alte Problem des Telephonrelais.

Im ersten Teil der Arbeit wird die elektrische Seite der Frage in Angriff genommen, die sich systematischer darstellen läßt; im zweiten werden mechanische Fälle erörtert, die wegen ihrer größeren Geläufigkeit auch zur Veranschaulichung der elektrischen Vorgänge beitragen.

§ 2. **Beziehungen zwischen den mechanischen und elektrischen Größen.** Die große Analogie zwischen den mechanischen und elektrischen Größen ist in der folgenden Tabelle zum Ausdruck gebracht, die zugleich die weiterhin benutzten Bezeichnungen enthält.

---

1) H. Th. Simon, E. T. Z. **22**, 513, 1901; H. Th. Simon und M. Reich, Phys. Zs. **3**, 282, 1902.

2) H. Th. Simon und M. Reich, Phys. Zs. **3**, 278—286, 1902; **4**, 364—372, 1903; H. Th. Simon, Phys. Zs. **4**, 737—742, 1903; **6**, 297—319, 1905; **7**, 433—445, 1906.

Digitized by Google

Mechanische Größen:	Elektrische Größen:
K mechanische Kraft	$\mathfrak{E}$, E, e elektromotorische Kraft, abgekürzt e.m. Kraft
$s = \int^t v\,dt$ Weg, Ausschlag . .	$q = \int^t i\,dt$ Elektrizitätsmenge
$v = \frac{ds}{dt}$ Geschwindigkeit . . .	$I, i = \frac{dq}{dt}$ Stromstärke
m Masse	L Selbstinduktion
f Reibungskoeffizient	W Widerstand
ε Elastizitätsmodul	$\frac{1}{C}$; C Kapazität.

Die e.m. Kraft hat die gleiche Funktion, wie die mechanische Kraft. Wie letztere die Geschwindigkeit, so versucht erstere die Stromstärke zu verändern. Dem widersetzt sich einerseits die Trägheitskraft $m\frac{dv}{dt}$ resp. $L\frac{di}{dt}$, andererseits die Reibungskraft fv resp. Wi. Die elastische Kraft εs resp. $\frac{q}{C} = \frac{1}{C}\int^t i\,dt$ treibt das System in seine Ruhelage zurück. Genau wie bei einem mechanischen sind auch bei einem elektrischen Systeme die Vorgänge dadurch bestimmt, daß sich alle auftretenden Kräfte in jedem Momente das Gleichgewicht halten müssen. Es ist klar, daß man bei einer so weit gehenden Analogie in den Grundbegriffen auch mancherlei Ähnlichkeiten in den tatsächlich eintretenden Erscheinungen erwarten kann.

I. Elektrische Schwingungen.

A. Allgemeine Betrachtungen.

§ 3. **Vorbemerkungen.** Es werde ein beliebiges Stromsystem betrachtet, in dem, falls nicht das Gegenteil betont wird, quasistationäre Ströme vorausgesetzt werden. Solche fließen in linearen Leitern, bei denen von der Kapazität der Drähte und der Strahlung abgesehen werden kann. Das Bestehen von Schwingungen ist dann gleichbedeutend mit dem Fließen eines Wechselstromes. Dabei sei unter einem (reinen) Wechselstrom i_1 immer

Digitized by Google

ein solcher verstanden, für den $\int_0^T i_1 \, dt = 0$ gilt, wenn T die Periode des Wechselstromes bedeutet, d. h. also ein periodisch veränderlicher Strom, in dem keine Gleichstromkomponente vorhanden ist. In allen Stromzweigen, in denen sich eine Kapazität [1]) befindet, ist ein anderer als ein solcher Wechselstrom nicht möglich.

Unter Benutzung dieser Festsetzung lautet die allgemeinste Fragestellung:

Unter welchen Umständen kann in einem Stromsystem ein dauernder Wechselstrom bestehen?

§ 4. **Der Satz I.** Für das weitere entscheidend ist, ob bei konstanten e.m. Kräften und konstanten L, W, C, die gemeinsam als Wechselwiderstände bezeichnet seien, überhaupt ein dauernd veränderlicher Strom möglich ist. Daß dies zu verneinen ist, ist leicht anschaulich zu machen. Man denke sich in einem beliebigen Leitersystem den irgendwie veränderlichen Strom i fließen. Man kann diesen stets zerlegen in einen Gleichstrom i_0 und einen reinen Wechselstrom i_1. Nun wirken aber weder konstante e.m. Kräfte, noch ein konstanter Strom auf einen Wechselstrom irgendwie ein. Beide fließen ganz unabhängig voneinander.[2]) Der Wechselstrom müßte also für sich allein, ohne e.m. Kräfte bestehen können. Dies ist aber wegen der Energieverluste durch Joulesche Wärme nicht dauernd möglich. Falls also zu einer bestimmten Zeit ein beliebiger veränderlicher Strom i vorhanden wäre, müßte sein reiner Wechselstromanteil i_1 nach kurzer Zeit abklingen, so daß nur der Gleichstrom i_0 übrig bliebe. So ergibt sich der für das weitere wichtige Satz:

I *Eine notwendige Bedingung dafür, daß in einem Stromsysteme, das nur konstante e.m. Kräfte enthält, dauernde Wechselströme bestehen können, ist, daß Widerstand, Induktion und Kapazität des Systems ihre Größe ändern.*

1) Die Kapazität ist dabei, wie üblich, so geschaltet, daß sie einen Gleichstrom unterbricht, ein Wechselstrom aber durch den Verschiebungsstrom im Dielektrikum fortgesetzt wird.

2) Hierzu bildet der Satz der Mechanik eine gewisse Analogie, daß die Bewegungen in einem abgeschlossenen Systeme unabhängig von einer gleichförmigen Geschwindigkeit des ganzen Systems sind.

Digitized by Google

Dieser Satz enthält die Anweisung, alle bei quasistationären Strömen überhaupt möglichen Methoden der Wechselstromerzeugung zu finden, indem man die Fälle erschöpfend untersucht, in denen eine e.m. Kraft oder ein Wechselwiderstand als Bestandteil eines Stromsystems seine Größe irgendwie ändert. Die ganze folgende Arbeit ist im wesentlichen eine konsequente Durchführung dieser Aufgabe.

Der mathematische Beweis des Satzes I ergibt sich folgendermaßen: In einem beliebigen Systeme linearer Leiter ist von beliebigen Anfangswerten an der weitere Stromverlauf durch zwei Bedingungen eindeutig bestimmt. Einerseits muß die Summe aller zu einem Verzweigungspunkte hinfließenden Ströme Null sein. Andererseits müssen die konstanten e.m. Kräfte (E_h) den durch den Strom erzeugten e.m. Gegenkräften, summiert über alle Stromzweige, die sich zu einem geschlossenen Stromkreise ergänzen, in jedem Momente das Gleichgewicht halten. Beide Bedingungen geben eine Reihe von Gleichungen von der Form:

1. $\Sigma i_h = 0$

2. $\Sigma\left[E_h - (L_h \frac{di_h}{dt} + \Sigma\left(L_{hk} \frac{di_k}{dt}\right) + i_h W_h + \frac{1}{C_h} \int^t i_h dt)\right] = 0.$

(L_{hk} gegenseitiger Induktionskoeffizient zwischen den Zweigen h und k.)

Diese Gleichungen enthalten die Ströme i nur linear, so daß das Superpositionsprinzip, die Zerlegung des Stromes in zwei Komponenten i_0 und i_1 und die unabhängige Betrachtung beider Komponenten anwendbar ist. Ferner kann man bei konstanten L, W, C und konstanten E stets eine partikuläre Lösung finden, die Gleichstromverteilung i_0, die sich durch bloße Anwendung des Ohmschen Gesetzes auf jeden Stromzweig ergiebt. Nach der Theorie der linearen Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten ist die allgemeinste Lösung dann die Superposition dieser Partikularlösung und der sich aus den Anfangsbedingungen ergebenden Lösung für die sogen. „freie Schwingung". Letztere stellt den Fall dar, daß eine bestimmte Anfangserregung im Stromsysteme, in dem alle e.m. Kräfte fortzudenken sind, frei abklingt. Dies erfolgt in allen praktischen Fällen sehr schnell; für die Untersuchung dauernder Schwingungen kommen diese rasch abklingenden Ströme nicht in Betracht.

Digitized by Google

§ 5. **Gültigkeitsbereich und Folgerungen.** Da zum Beweise des Satzes I nur die Gültigkeit des Superpositionsprinzipes und die Existenz einer Gleichstromlösung erforderlich ist, so ist er keineswegs auf quasi-stationäre Ströme beschränkt, sondern gilt viel allgemeiner, z. B. auch bei Berücksichtigung der Kapazität der Drähte oder der Strahlung. Denn auch hier ist die Anwendung des Superpositionsprinzipes gestattet und die Gleichstromlösung immer vorhanden. Es folgt daher, daß alle Versuche vergeblich sein müssen, Schwingungen durch bloße gegenseitige induktive Beeinflussung verschiedener Zweige des Systems zu erzeugen oder unter Zuhilfenahme der Verzögerung, die ein Stromimpuls auf Drähten mit Kapazität oder durch die endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit der Strahlung erleidet. Dieser Beweis ist wichtig, weil man im Verfolg der Analogie mit der angeblasenen Orgelpfeife geneigt ist, von derartigen Anordnungen Erfolg zu erwarten.[1])

Es läßt sich übrigens auf gleiche Weise zeigen, daß, wie konstante e.m. Kräfte dauernd nur konstante Ströme, so sinusförmige e.m. Kräfte dauernd nur sinusförmige Ströme der gleichen Frequenz erzeugen können. Nicht sinusförmige Kräfte lassen sich durch eine Fouriersche Reihe stets in sinusförmige zerlegen. Daraus folgt der Satz, *daß eine reine Wechselspannung, für die gilt*

Ia $\int_0^T e\,dt = 0$, *auch nur einen reinen Wechselstrom hervorrufen kann, immer konstante Wechselwiderstände vorausgesetzt.* Nach Zerlegung der Spannung in eine Fouriersche Reihe ruft jede Komponente einen Sinusstrom hervor. Der Gesamtstrom, der die Summe aller Sinusströme ist, muß daher ein reiner Wechselstrom sein. Sind mehrere e.m. Kräfte von verschiedener Periode vorhanden, so tritt das Phänomen der Schwebungen auf. Diese haben aber eine Periode, die stets langsamer als die schnellste der ursprünglichen e.m. Kräfte ist. Man kann also durch Superposition wohl langsamere, aber nicht schnellere Schwingungserscheinungen hervorrufen.

Alle diese Betrachtungen sind zunächst für ein abgeschlossenes

---

1) Solche Erwartungen hat z. B. H. Th. Simon, l. c. angedeutet. Auch ich untersuchte in dieser Erwartung zuerst eine besonders günstig scheinende Schaltung, ehe es mir gelang, den entscheidenden Beweis für die Unmöglichkeit zu finden.

Digitized by Google

Stromsystem gültig. Sie lassen sich aber auch auf beliebige Teile eines solchen übertragen, wenn man die Klemmenspannung an den freien Enden, sowie die Induktionswirkungen der übrigen Stromteile als äußere e.m. Kräfte in Rechnung zieht. Dies ist besonders in dem Falle wichtig, daß sich im ganzen Stromsysteme nur konstante e.m. Kräfte und konstante Wechselwiderstände befinden mit Ausnahme eines bestimmten Teiles A, der auch keine Induktionswirkungen auf die übrigen Stromteile ausübt. Im ganzen Stromsysteme außerhalb A gilt dann das Superpositionsgesetz, d. h. man kann hier alle Stromschwankungen als Superposition eines Wechselstromes über einen Gleichstrom auffassen und den Verlauf des Wechselstroms unabhängig von dem des Gleichstroms untersuchen.[1]) Nur der veränderliche Teil A muß gesondert in bezug auf seine Klemmenspannung untersucht werden. Dieser Kunstgriff ist im folgenden ausgiebig angewandt.

§ 6. **Energie. Allgemeines.** Diese Betrachtungsweise ist besonders in energetischer Beziehung bequem. Jeder Teil des Stromsystems mit nur konstanten e.m. Kräften und konstanten Wechselwiderständen kann dem in ihm fließenden Wechselstrome nur Energie entziehen. Man könnte ja sonst den Teil für sich zum geschlossenen Stromkreise ergänzen und in ihm einen dauernden Wechselstrom unterhalten, was nach Satz I nicht möglich ist. Daraus folgt, daß der bei konstanten e.m. Kräften notwendig vorhandene veränderliche Wechselwiderstand A die Energiequelle für den etwa fließenden Wechselstrom bilden muß oder gemäß der obigen Betrachtung, *daß die Klemmenspannung am veränderlichen Wechselwiderstande A die treibende e.m. Kraft für den etwa fließenden Wechselstrom bilden muß.* II

Bezeichnet man mit e die Klemmenspannung an den Enden von A, mit i_1 den reinen Wechselstrom durch A, so ist die während einer Periode T in A verbrauchte Wechselstromenergie $U_1 = \int_0^T e\, i_1\, dt$. Dabei ist das Vorzeichen von e so zu wählen, daß ein positives e eine e.m. Gegenkraft für ein positives i_1 ist. Ein positives U_1 be-

1) Das mechanische Analogon hierzu ist die Beziehung auf ein in gleichförmiger Bewegung begriffenes Koordinatensystem.

Digitized by Google

deutet dann, daß der veränderliche Teil A Wechselstromenergie verbraucht, ein negatives U_1, daß er solche erzeugt, d. h. an das übrige Stromsystem abgibt. *Damit also ein dauernder Wechsel-*
IIa *strom entsteht, muß sich der veränderliche Wechselwiderstand so ändern, daß* $U_1 = \int_0^T e\, i_1\, dt < 0$ *wird.*

Sind mehrere Teile A_h mit veränderlichem Wechselwiderstande vorhanden, so stellt der Ausdruck $U_h = \int_0^T e_h\, i_{1h}\, dt$ die in A_h verbrauchte Wechselstromenergie dar. Dabei sind bei Stromverzweigung die i_{1h} für verschiedenes h verschieden. Die über alle A_h zu erstreckende Summe ΣU_h muß dann negativ sein. Sie ist gleich der vom Wechselstrom im übrigen Stromkreise außerhalb der A_h verzehrten Energie.

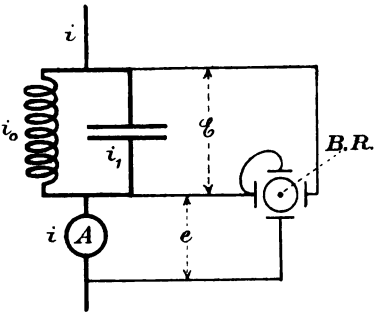
Ebenso wie den Strom i kann man auch die Spannung e zerlegen in die Gleichspannung e_0 und die reine Wechselspannung e_1. Da erstere keinen Beitrag zu der Wechselstromenergie liefert (es ist ja $\int_0^T e_0\, i_1\, dt = e_0 \cdot \int_0^T i_1\, dt = 0$), so hat man auch $U_1 = \int_0^T e_1\, i_1\, dt$.
Soweit nur der Wechselstrom in Betracht kommt, kann man
IIb *also jeden veränderlichen Wechselwiderstand auffassen als einen Wechselstromgenerator (resp. Verbraucher), der die Wechselspannung* e_1 *erzeugt und dadurch den Wechselstrom* i_1 *hervorruft.*

§ 7. **Meßmethoden der Energie.** Eine Wechselstromleistung $\int_0^T e_1\, i_1\, dt$ kann man in bekannter Weise durch zwei aufeinander wirkende Ströme oder Ladungen mit dem Dynamometer oder Elektrometer messen. Fließt außer dem Wechselstrom noch ein Gleichstrom durch den veränderlichen Wechselwiderstand, so kann man einerseits die gesamte Leistung $\int_0^T e\, i\, dt$ dynamometrisch, andererseits die Gleichstromleistung $\int_0^T e_0\, i_0\, dt$ durch Messung von e_0 und i_0 vermittelst eines gewöhnlichen Gleichstrom- und Gleichspannungsmessers bestimmen. Die Differenz zwischen beiden $\int_0^T e\, i\, dt - \int_0^T e_0\, i_0\, dt = \int_0^T e\, i_1\, dt = U_1$ liefert die dem Wechselstrome allein zu- oder abgeführte Energie.

Digitized by Google

Man beachte, daß $i_1\,dt$ die während dt durch einen Querschnitt fließende Elektrizitätsmenge dq_1 ist, soweit sie vom Wechselstrom herrührt. Daher ist auch $U_1 = \int_o^T e\,dq_1$. Dies ist die gleiche Form wie das Arbeitsintegral $\int_o^T K\,ds$ in der Mechanik, z. B. das Indikatordiagramm $\int_o^T p\,dV$ der Dampfmaschine. Es ist bekannt, wie man diese von der Dampfmaschine pro Periode abgegebene Energie durch Aufnahme der Kurve $p = f(V)$ und einfaches Planimetrieren der von der Kurve umschlossenen Fläche finden kann. Genau so kann man die vom Wechselwiderstand erzeugte oder verbrauchte Energie $U_1 = \int_o^T e\,dq_1$ messen. Schickt man nämlich den Wechselstrom durch eine Kapazität, so ist die Spannung an dieser in jedem Augenblicke $\mathfrak{E} = \frac{q_1}{C}$. Trägt man daher in einem $\mathfrak{E}$, e = Koordinatensysteme die Kurve $e = f(\mathfrak{E})$ auf, d. h. die gleichzeitigen Werte der Spannung e am veränderlichen Wechselwiderstande und $\mathfrak{E}$ an der Kapazität, so ist der von ihr umgrenzte Flächeninhalt gleich $\int_o^T e\,d\mathfrak{E} = \int_o^T \frac{e\,dq_1}{C} = \frac{U_1}{C}$. Fließt durch den veränderlichen Wechselwiderstand A auch ein Gleichstrom i_0, so sondert man diesen durch eine zur Kapazität parallel geschaltete Drosselspule vom Wechselstrome i_1 ab (Fig. 1).

Fig. 1.

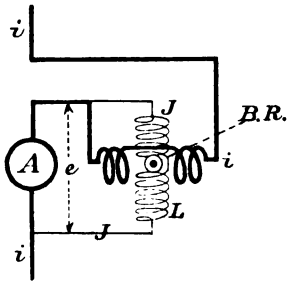


In dem oben besprochenen Falle wurde das Integral $U_1 = \int_o^T e i_1\,dt$ dadurch auf eine Form $\int y\,dx$ gebracht, die sich als Flächeninhalt einer Kurve $y = f(x)$ deuten läßt, daß $i_1 = \frac{dq_1}{dt} = \frac{1}{C}\frac{d\mathfrak{E}}{dt}$, also $i_1\,dt = \frac{1}{C}\,d\mathfrak{E}$ war. Wenn man aber parallel zum veränderlichen Teile A eine große Selbstinduktionsspule (Fig. 2 die beiden dünn gezeichneten) schaltet, deren Induktanz groß gegen ihren Ohmschen Widerstand ist, so ist der Strom J in ihr da-

Digitized by Google

durch bestimmt, daß in jedem Augenblicke $e = L\frac{dJ}{dt}$ ist, oder es ist $e\,dt = L\,dJ$. Daher wird $U_1 = \int_o^T i_1\,e\,dt = L\int_o^T i_1\,dJ$. Da $L\int_o^T i_0\,dJ = Li_0\int_o^T dJ = 0$ wird, da J am Anfang und Ende der Periode den gleichen Wert hat, so ist auch $U_1 = L\int_o^T i\,dJ$. Trägt man daher in einem J, i = Koordinatensystem die Kurve $J = f(i)$ auf, d. h. die gleichzeitigen Werte des Stromes i in dem veränderlichen Wechselwiderstande und J in der Induktionsspule, so ist der von ihr umgrenzte Flächeninhalt gleich $\int_o^T i\,dJ = \frac{U_1}{L}$. Es wird später gezeigt, daß ein spezieller Fall dieses zweiten Energiediagramms die bekannte Hysteresiskurve bei Eisenuntersuchungen ist.

Fig. 2.



Man erhält so bei der ersten wie bei der zweiten Methode durch ein einfaches Planimetrieren die dem Wechselstrome im veränderlichen Wechselwiderstande pro Periode zu- oder abgeführte Energie. Ob die Energie zu- oder abgeführt wird, hängt vom Umlaufungssinn der Kurven ab. Es ist klar, daß sich diese beiden Methoden auf jeden Wechselstromgenerator oder -Verbraucher anwenden lassen. Man kann die Spannungen e und $\mathfrak{E}$, resp. die Ströme i und J mit einem Doppeloszillographen aufnehmen und daraus die Kurve $e = f(\mathfrak{E})$[1]), resp. $J = f(i)$ konstruieren. Einfacher benutzt man eine Braunsche Röhre mit zwei Plattenpaaren zur elektrostatischen Ablenkung (Fig. 1), resp. zwei Spulenpaaren zur elektromagnetischen Ablenkung (Fig. 2). Bewirkt das eine Paar eine horizontale, das andere eine vertikale Ablenkung des Kathodenstrahles, so beschreibt der Lichtfleck auf

1) Ein Beispiel der praktischen Anwendbarkeit dieser Methode auf den selbsttönenden Lichtbogen hat H. Th. Simon, Phys. Zs. 7, 438, 1906 gegeben. Bei diesem ist wegen der schon vorhandenen Kapazität das Energiediagramm $e = f(\mathfrak{E})$ besonders einfach. Im allgemeinen wird das andere $J = f(i)$ vorzuziehen sein, da es nicht wie eine eingeschaltete Kapazität zu Störungen des bestehenden Stromes Anlaß gibt.

Digitized by Google

dem fluoreszierenden Schirme direkt das Energiediagramm $e = f(\mathfrak{E})$, resp. $J = f(i)$, dessen Flächeninhalt proportional der von dem betrachteten Leiterteile abgegebenen oder absorbierten Wechselstromenergie ist. Die Braunsche Röhre hat den Vorteil, die geschilderten Methoden auch für schnelle Schwingungen anwendbar zu machen. Benutzt man z. B. einen selbsttönenden Lichtbogen als Sender in der drahtlosen Telegraphie, so kann man nach dieser Methode die vom Lichtbogen abgegebene Wechselstromenergie bestimmen, die abgesehen von den Verlusten durch Joulesche Wärme gleichzeitig die als Strahlung ausgesandte Energiemenge darstellt.

§ 8. **Veränderlicher Widerstand.** Bei allen diesen Betrachtungen war es gleichgültig, welche Art von veränderlichem Wechselwiderstand sich innerhalb A befand. In bezug auf den Ursprung der an den übrigen Stromkreis abgegebenen Wechselstromenergie besteht aber ein wesentlicher Unterschied, ob der veränderliche Wechselwiderstand A nur Ohmschen Widerstand oder aber Induktion oder Kapazität enthält.

Die Veränderung des Ohmschen Widerstandes bedeutet für das elektrische System keine äußere Energiezufuhr. Es kann daher in diesem Falle die dem Wechselstrome zugeführte Energie nur dem superponierten Gleichstrom entnommen werden. Fließt durch den Widerstand kein Gleichstrom, so kann durch bloße Veränderung des Widerstandes auch kein Wechselstrom entstehen. Diese Energieverhältnisse erkennt man am besten aus folgender Betrachtung. Es sei wieder wie vorher der Gesamtstrom zerlegt $i = i_0 + i_1$, ebenso die Klemmenspannung von A $e = e_0 + e_1$. Enthält der Teil A nur Ohmschen Widerstand W, so ist in jedem Augenblicke $e = iW$, auch wenn W sich mit der Zeit ändert. Durch diese Gleichung ist der Widerstand ja gerade definiert. Ebenso ist die gesamte Wärmeentwickelung in jedem Augenblicke gleich $i^2W = ei$. Während einer Periode T wird daher in Wärme verwandelt $Q = \int_0^T ei\,dt = \int_0^T e_0 i_0\,dt + \int_0^T e_1 i_1\,dt + e_0 \int_0^T i_1\,dt + i_0 \int_0^T e_1\,dt$ $= \int_0^T e_0 i_0\,dt + \int_0^T e_1 i_1\,dt$ oder $Q = U_0 + U_1$. Dabei bedeutet $U_0 = \int_0^T e_0 i_0\,dt$ die vom Gleichstrom, $U_1 = \int_0^T e_1 i_1\,dt$ die vom Wechselstrom an A abgegebene elektrische Energie. Ist der Widerstand W konstant,

Digitized by Google

so ist $e_0 = i_0 W$; $e_1 = i_1 W$, und es ist in diesem Falle auch $U_0 = \int_0^T i^2_0 W dt = Q_0$ die Wärmeentwickelung des Gleichstroms allein, $U_1 = \int_0^T i_1{}^2 W dt = Q_1$ die Wärmeentwickelung des Wechselstromes allein. Beide U sind dann stets positiv, da $i_0{}^2$ und $i_1{}^2$ ebenso wie W wesentlich positive Größen sind. D. h.: In einem konstanten Widerstande wird unter allen Umständen dem Gleichstrom sowie dem Wechselstrom Energie entzogen. Die Gleichung $Q = U_0 + U_1 = Q_0 + Q_1$ sagt einfach, daß die gesamte entwickelte Wärme gleich der ist, die der Gleichstrom für sich allein und der Wechselstrom für sich allein entwickeln würde, was mit den früheren Betrachtungen über die Unabhängigkeit von Gleich- und Wechselstrom bei konstanten Widerständen übereinstimmt. Ist dagegen W veränderlich, so ist nicht mehr $e_0 = i_0 W$, da ja e_0 die mittlere konstante Spannung bedeutet. U_0 und U_1 stellen dann nur noch die vom Gleich- resp. Wechselstrom zugeführte Energie dar, aber nicht mehr die vom Gleich- resp. Wechselstrom entwickelten Wärmemengen. Es kann daher bei veränderlichem W auch U_0 oder U_1 negativ werden, d. h. der variable Widerstand ein Generator oder besser Umformer von Gleichstrom- und Wechselstromenergie sein. Nur die gesamte Wärmeentwickelung $Q = \int_0^T i^2 W dt$ muß positiv bleiben. Sie kann aber beliebig klein werden. Für einen idealen Unterbrecher z. B., bei dem der Widerstand zwischen 0 und ∞ diskontinuierlich schwankt, wäre die Wärmeentwickelung sogar gleich Null. Für einen solchen wird nämlich entweder $W = 0$, wenn der Strom geschlossen ist, oder $i = 0$, wenn der Strom unterbrochen ist, daher $Q = \int_0^T i^2 W dt = 0$. Durch einen derartigen Unterbrecher würde nur ein Austausch von Gleichstrom- und Wechselstromenergie stattfinden, ohne Wärmeentwickelung.

In allen übrigen Fällen findet aber eine Wärmeentwickelung statt. Für den gewöhnlichen Fall, daß durch einen veränderlichen Widerstand A ein Wechselstrom erzeugt wird, ist die Energiebilanz die folgende: Vom Gleichstrom wird an A abgegeben die Energie $U_0 = \int_0^T e_0 i_0 dt$. In Wärme verwandelt wird in A: $Q = \int_0^T e i dt$

Digitized by Google

Der positive Rest $U_0 - Q = -U_1 = -\int_0^T e_1 i_1 dt$ ist die vom veränderlichen Widerstande A an das übrige Stromsystem abgegebene Wechselstromenergie. Es kann auch umgekehrt Wechselstromenergie abgegeben und Gleichstromenergie gewonnen werden. Dann ist U_1 positiv und U_0 negativ. Diese Betrachtungen lassen sich in folgendem Satze zusammenfassen:

In einem stromdurchflossenen veränderlichen Ohmschen Widerstande kann außer einer Wärmeentwickelung nur ein Austausch der Energie von Gleich- und Wechselstrom stattfinden. IIIa

Ist also die Veränderung eines Ohmschen Widerstandes die Ursache eines Wechselstromes, so entstammt die Energie des Wechselstromes in letzter Instanz aus den konstanten e.m. Kräften, die den Gleichstrom erzeugen.

§ 9. **Veränderliche Induktion oder Kapazität.** Ganz anders liegen die Verhältnisse, wenn der variable Wechselwiderstand A nur aus veränderlicher Induktion L oder Kapazität C besteht. Es läßt sich zeigen, daß in diesem Falle eine Einwirkung des Gleichstromes und daher der konstanten e.m. Kräfte auf den Wechselstrom nicht möglich ist.

Der Beweis geht aus dem Begriff der Induktion und Kapazität selbst hervor. Die Induktion wird bestimmt durch die Kraftlinienverkettung $\Sigma(Li)$ des Stromkreises mit sich selbst und mit benachbarten Stromkreisen, die induzierten e.m. Kräfte sind der zeitlichen Änderung dieser Größe proportional: $e = \frac{d\Sigma(Li)}{dt}$. Daraus folgt, daß an einer veränderlichen Induktion die Klemmenspannung e stets eine reine Wechselspannung sein muß. Würde nämlich e eine Gleichspannungskomponente enthalten, so müßte $\Sigma(Li)$, die Kraftlinienverkettung, dauernd über alle Grenzen zunehmen. Das ist ja die Bedeutung von $\frac{d\Sigma(Li)}{dt} = \text{const}$. Dies ist aber nicht möglich, da die Zahl der mit einem geschlossenen Leiter verketteten Kraftlinien eine eindeutige Funktion ist, die nicht unbegrenzt anwachsen kann. Wenn aber die Klemmenspannung e am veränderlichen Teile A eine reine Wechselspannung ist, für die gilt $\int_0^T e\,dt = 0$, so ist die vom Gleichstrom zu- oder

Digitized by Google

abgeführte Energie $U_0 = \int_0^T e i_0 dt = i_0 \int_0^T e dt$ auch Null. Es kann daher in einer veränderlichen Induktion kein Austausch von Gleichstrom- und Wechselstromenergie stattfinden. Das gleiche gilt, wenn der veränderliche Teil A nur eine Kapazität enthält. Durch eine solche kann, auch wenn sie veränderlich ist, überhaupt kein Gleichstrom fließen, das Integral $U_0 = \int_0^T e i_0 dt$ wird gleich Null, da $i_0 = 0$ ist. Der Gleichstrom und die konstanten e.m. Kräfte, die ihn erzeugen, kommen also für die Energieumwandlungen in einer veränderlichen Induktion oder Kapazität nicht in Frage.

Voraussetzung ist, daß der Teil A nur veränderliche Induktion oder Kapazität enthält, z. B. daß die Induktionsspule keinen Ohmschen Widerstand hat. Einen konstant bleibenden Widerstand kann man sich als außerhalb des veränderlichen Teiles gelegen denken, ohne dadurch die Rechnungen irgendwie zu ändern. Finden aber in dem Teile A Widerstandsänderungen, z. B. Unterbrechungen oder Umschaltungen, statt, so sind die obigen Betrachtungen nicht mehr gültig. Bei Widerstandsänderungen findet ja gerade ein Austausch von Gleichstrom- und Wechselstromenergie statt.

Sowohl der Induktionskoeffizient L wie die Kapazität C sind nur von der räumlichen Konfiguration des Stromsystems und der es umgebenden magnetischen resp. dielektrischen Körper und deren Permeabilität abhängig. Eine Veränderung von L oder C kann daher nur entweder durch die Bewegung ponderabler Körper zustande kommen, oder dadurch, daß sich die magnetische oder dielektrische Permeabilität der umgebenden Körper ändert. Im ersten Falle findet bekanntlich ein Austausch von mechanischer Energie mit Wechselstromenergie statt. Auf diesem Prinzip beruht z. B. die Wirkungsweise der Dynamo- und Influenzmaschinen, wie weiter unten ausgeführt wird. Die mechanischen Kräfte leisten bei der Bewegung gegen die elektromagnetische oder elektrostatische Anziehung eine Arbeit, die sich als Wechselstromenergie wiederfindet, soweit sie sich nicht durch die bei der Bewegung unvermeidliche Reibung in Wärme umsetzt.

Der zweite Fall, die Änderung von L oder C durch Änderung der magnetischen oder dielektrischen Permeabilität ist auch reali-

Digitized by Google

sierbar. Die Permeabilität kann einerseits durch äußere Einflüsse, z. B. Temperatur und Druck, sich ändern und man kann sicher durch Erzeugung periodischer Temperatur- oder Druckschwankungen, z. B. in einem Eisenstabe, der in einer stromdurchflossenen Spule steckt, einen Wechselstrom erzeugen. Im ersteren Falle würde sich ein Teil der Wärme, im letzteren ein Teil der zum Zusammendrücken verbrauchten mechanischen Arbeit in Wechselstromenergie umsetzen. Ersterer Fall dürfte aber praktisch keine Bedeutung haben, da die Erwärmung und Abkühlung immer so lange Zeit braucht, daß der Wechselstrom kaum nachzuweisen sein wird.[1]) Es sei daher von diesem Falle im folgenden abgesehen. Die Permeabilität ändert sich andererseits durch den durchfließenden Strom selbst. Beim Eisen treten Sättigung und Hysteresis auf, beim Dielektrikum findet ähnliches statt. Beim Eisen verschafft man sich in bekannter Weise durch Aufnahme der Hysteresiskurve über die Energieverhältnisse Klarheit. Diese ist nichts anderes als das S. 9 besprochene Energiediagramm. Es vereinfacht sich hier nur insofern, als der Teil A schon selbst aus einer Selbstinduktion besteht, so daß man direkt die Größe Li durch magnetische Ablenkung bestimmen kann, deren Differentialquotient $\frac{d(Li)}{dt} = e$, gleich der Klemmenspannung an A ist. Das Parallelschalten einer konstanten Selbstinduktion ist in diesem Falle nicht nötig.

Es ist zu untersuchen, ob durch eine solche Veränderung der Permeabilität dem Wechselstrom Energie zugeführt, ob die Hysteresiskurve im umgekehrten Sinne durchlaufen werden kann. Woher sollte dann aber diese dem Wechselstrom zugeführte Energie stammen? Der Gleichstrom ist nach den obigen Untersuchungen ausgeschlossen, mechanische und äußere thermische Beeinflussung sollen bei dieser selbsttätigen Veränderung nicht in Anwendung kommen. Eine selbsttätige Wärmeentwickelung findet zwar tatsächlich statt. Die gesamten Erfahrungen sprechen aber dafür, daß es sich hier um eine Art molekularer Reibung oder Entwickelung Joulescher Wärme durch induzierte Wechselströme handelt. Beide sind irreversibel, d. h. es kann durch den Wechsel-

1) Dies wäre sonst eine Methode, um Wärme direkt in Elektrizität zu verwandeln.

Digitized by Google

strom nur Wärme erzeugt werden, nicht umgekehrt ein Wechselstrom auf Kosten der Wärmeenergie entstehen. Andere Energiequellen sind aber nicht vorhanden. Analog zu Satz IIIa lassen sich diese Betrachtungen in dem Satze zusammenfassen:

IIIb *In einer stromdurchflossenen veränderlichen Induktion oder Kapazität kann außer einer Wärmeentwickelung nur ein Austausch von mechanischer mit Wechselstromenergie stattfinden.*

Es wird also dem Wechselstrom nur Energie zugeführt, wenn positive mechanische Arbeit geleistet wird. Bewegungen, die selbständig vom Wechselstrom hervorgerufen werden, geben stets Energie nach außen ab. Sind z. B. die Stromteile nicht ganz fest, so bewegen sie sich unter dem Einfluß der ponderomotorischen Kräfte elektromagnetischer oder elektrostatischer Art. Die dadurch hervorgerufene Änderung von L oder C muß den Wechselstrom schwächen, eine selbsttätige Erregung von elektrischen Schwingungen ist auf diesem Wege unmöglich.

Während somit bei bloßer Veränderung des Ohmschen Widerstandes nur ein Austausch von Gleich- und Wechselstromenergie, bei bloßer Veränderung der Induktion oder Kapazität nur ein solcher von mechanischer und Wechselstromenergie stattfinden kann, kann man natürlich durch eine geeignete Kombination von beiden Veränderungen einen beliebigen Austausch von Gleichstrom-, Wechselstrom- und mechanischer Energie bewirken. Einige derartige Fälle werden später besprochen.

B. Die eintretenden Erscheinungen.

§ 10. **Zweierlei Ursachen der Veränderung.** Die zur Erzeugung eines dauernden Wechselstromes im betrachteten System erforderlichen Veränderungen eines Wechselwiderstandes können

1. gewaltsam, durch äußere Einwirkung, vor allen Dingen mechanischer Art, aufgezwungen werden,
2. selbsttätig vom durchfließenden Strome selbst erzeugt werden.

Die erste Gruppe umfaßt die gewöhnlichen Methoden der Wechselstromerzeugung, z. B. das Mikrophon, die Unterbrecher, oder die Wechselstromdynamomaschinen. Ein Beispiel für die

Digitized by Google

zweitgenannte Möglichkeit ist der Lichtbogen, dessen Widerstand wie der jeder Gasentladung wesentlich von der durchfließenden Stromstärke abhängt. Durch eine derartige Abhängigkeit besonderer Art wird die Möglichkeit bedingt, gewissermaßen von selbst Schwingungen zu erzeugen, wie sie eingangs als Analogie zu der selbsttätigen Tonerzeugung bei der Orgelpfeife genannt sind.

Zum Beweise des Satzes I, daß bei konstanten Wechselwiderständen kein dauernder Wechselstrom möglich sei, war einerseits nötig, daß die Bedingungen des Stromsystems durch einen Gleichstrom i_0 ohne gleichzeitigen Wechselstrom i_1 befriedigt werden können, andererseits, daß die Bedingungen in i linear sind, so daß die Zerlegung $i = i_0 + i_1$ und die unabhängige Betrachtung von i_0 und i_1 gestattet ist. Bei veränderlichen Wechselwiderständen ist eine dieser beiden Bedingungen nicht mehr erfüllt. Es tritt hier deutlich der Unterschied der beiden genannten Gruppen hervor. In der ersten Gruppe, bei der die Veränderung des Wechselwiderstandes unabhängig vom Strome durch äußere Einwirkung hervorgerufen wird, ist der veränderte Wechselwiderstand eine Funktion der Zeit. In dem von Schallschwingungen getroffenen Mikrophon kann man z. B. angenähert setzen: $W = W_0 + \overline{W}_1 \sin \omega t$. Die Gleichungen, denen der Strom i genügen muß, haben dann die Form:

$$L \frac{di}{dt} + iW_0 + i\overline{W}_1 \sin \omega t = e_0.$$

Sie bleiben zwar in i linear, d. h. das Superpositionsprinzip ist noch anwendbar, aber sie können nicht mehr durch eine bloße Gleichstromverteilung, den Ansatz $i = \text{const.}$ befriedigt werden. Es müssen bei äußerer Einwirkung immer Stromschwankungen eintreten, was ja auch physikalisch selbstverständlich ist. Bei der zweiten Gruppe dagegen, wo die Veränderung durch den durchfließenden Strom selbst hervorgerufen wird, ist einer der Koeffizienten L, W, C eine Funktion des Stromes i selber. Beim Lichtbogen kann man z. B. manchmal setzen $W = W_0 + \frac{a}{i} + \frac{b}{i^2}$. Wie später ausgeführt wird, sind dann zwar häufig eine oder mehrere Gleichstromverteilungen ohne Wechselstrom möglich, es brauchen also unter Umständen keine Stromschwankungen einzutreten. Aber die Gleichungen sind nicht mehr in i linear, eine Superposition ist nicht mehr erlaubt. Es gibt außer den Gleichstromlösungen

Digitized by Google

noch andere Lösungen, die die Bedingungsgleichungen befriedigen und denen physikalisch unter gewissen später zu erörternden Umständen dauernde Schwingungen entsprechen.

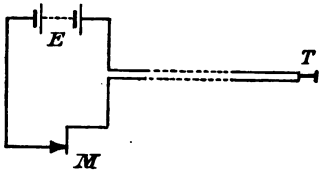
a) Erste Gruppe: Änderung durch äußere Einwirkung.

In dem ersten Falle, wo eine äußere Einwirkung die Änderung des Wechselwiderstandes hervorruft, können auch fast immer selbsttätige Schwingungen dadurch entstehen, daß der erzeugte Wechselstrom auf die äußere Einwirkung zurückwirkt und diese dauernd unterhält. Das ist z. B. bei den elektromagnetischen Unterbrechern nach dem Prinzip des Neefschen Hammers der Fall. Für den elektrischen Vorgang ist es aber dasselbe, ob ein Neefscher Hammer oder ein durch einen besonderen Motor angetriebener Unterbrecher die Unterbrechung bewirkt. Bei der Besprechung dieses ersten Falles ist daher zunächst eine vom Strome unabhängige äußere Einwirkung vorausgesetzt. Erst später ist untersucht, wie und unter welchen Umständen eine solche periodische Einwirkung selbsttätig zustande kommt.

α) Änderung des Ohmschen Widerstandes.

§ 11. **Mikrophon.** Als Typus eines durch äußere Einwirkung veränderten Widerstandes sei das Mikrophon behandelt. Wird das Mikrophon periodischen Druckschwankungen, z. B. Schallschwingungen ausgesetzt, so ändert es periodisch seinen Ohmschen Widerstand und ruft dadurch Stromschwankungen, d. h. einen Wechselstrom hervor. Der einfachste Fall ist ein Fernsprechkreis, wie er in Fig. 3 skizziert ist.

Fig. 3.



Die Bedingung, daß sich in jedem Augenblicke die gesamten e.m. Kräfte das Gleichgewicht halten müssen, gibt für den Strom i die Gleichung

$$L\frac{di}{dt} + iW = E. \tag{1}$$

Dabei ist L die Selbstinduktion, die im wesentlichen im Telephon liegt, W der gesamte Ohmsche Widerstand des Kreises einschließlich des Mikrophons. Er besteht hauptsächlich aus dem konstanten großen Widerstande der Fernleitung und dem veränderlichen des

Digitized by Google

Mikrophons. Die Widerstandsschwankungen in diesem sind als gegebene Funktion der Zeit zu betrachten.

Wie man den veränderlichen Widerstand als treibende e.m. Kraft für den Wechselstrom betrachten kann, läßt sich hier auch rechnerisch leicht durchführen. Man zerlege den Strom i in den Gleich- und Wechselstrom $i = i_0 + i_1$; ebenso W in einen konstanten und veränderlichen Teil $W = W_0 + W_1$, dann kann man Gleichung (1) schreiben

$$L\frac{di}{dt} + i_1 (W_0 + W_1) = - i_0 W_1 + (E - i_0 W_0). \qquad (2)$$

Wählt man die an sich willkürliche Zerlegung von W so, daß $i_0 W_0 = E$ wird, so hat man die Gleichung

$$L\frac{di_1}{dt} + i_1 W = - i_0 W_1 = e_1. \qquad (3)$$

Dies ist genau die Gleichung (1) für einen Strom i_1, der statt der konstanten e.m. Kraft E durch die wechselnde e.m. Kraft $e_1 = - i_0 W_1$ hervorgerufen wird. *Ein vom Gleichstrom durchflossener veränderlicher Widerstand $W = W_0 + W_1$ ist also aufzufassen als ein Wechselstromgenerator mit einer e.m. Kraft e_1, die den Widerstandsänderungen W_1 und dem durchfließenden Gleichstrom i_0 proportional ist. Er ruft einen Wechselstrom hervor, der sich dem Gleichstrom überlagert.*

Man sieht leicht, daß dieser Satz ganz unabhängig von der hier betrachteten speziellen Schaltung ist. Dies kann man auch daraus schließen, daß außerhalb des veränderlichen Widerstandes keine Einwirkung des Gleichstromes auf den Wechselstrom erfolgt.

In Gleichung (3) steht links der gesamte veränderliche Widerstand W, d. h. man hat den veränderlichen Widerstand als „inneren Widerstand des Generators" mitzurechnen. Dadurch läßt sich i_1 aus Gleichung (3) schlecht berechnen. Man kann indessen das Verfahren, den veränderlichen Widerstand als e.m. Kraft für einen sich superponierenden Strom aufzufassen, nochmals anwenden. Dazu setze man, analog wie oben $i_1 = i_2 + i_3$ und bestimme i_2 so, daß es der Gleichung genügt

$$L\frac{di_2}{dt} + i_2 W_0 = - i_0 W_1 = e_1, \qquad (4)$$

Digitized by Google

d. h. den durch e_1 erzeugten Strom bei konstantem Widerstande W_0 darstellt. Dann muß i_3 der Gleichung genügen

$$L\frac{di_3}{dt} + i_3 W = -i_2 W_1 = e_3. \tag{5}$$

i_3 stellt also einen Strom dar, der als e.m. Kraft $e_3 = -i_2 W_1$ hat. Da man aus (4) i_2 berechnen kann, so ist e_3 bekannt. Zur Berechnung von i_3 kann man wieder genau so verfahren und setzen $i_3 = i_4 + i_5$, wobei i_4 wieder den Strom bei konstantem Widerstande W_0 darstellt, während i_5 das Korrektionsglied wegen der Widerstandsschwankungen ist u. s. w. Der Gesamtstrom ist dann schließlich $i = i_0 + i_2 + i_4 + i_6 \ldots$

Was die Größenordnung der einzelnen Glieder dieser Reihe anbetrifft, so ist, wenn ω etwa die Frequenz und $\overline{W}_1$ die Amplitude von W_1 darstellt (W_1 braucht ja nicht sinusförmig zu variieren, so daß genau genommen von einer Frequenz und Amplitude nicht gesprochen werden kann), nach Gleichung (4) und (5)

$$i_2 = i_0 \frac{\overline{W}_1}{\sqrt{W_0^2 + \omega^2 L^2}}; \quad i_4 = i_2 \frac{\overline{W}_1}{\sqrt{W_0^2 + \omega^2 L^2}}$$

usw. Man sieht, das Größenverhältnis zweier aufeinander folgender Glieder ist etwa das gleiche. Daraus folgt, daß die Reihe konvergent ist, wenn die Widerstandsschwankungen W_1 kleiner als die Impedanz $\sqrt{W_0^2 + \omega^2 L^2}$ bleiben, und zwar konvergiert sie um so besser, je größer der Unterschied zwischen beiden ist. Dies gestattet folgenden für die Telephonie wichtigen Schluß. Beim Telephonieren sollen die Widerstandsschwankungen nur Stromschwankungen von möglichst genau der gleichen Periode und Wellenform erzeugen, damit eine Verständigung möglich ist. Dies ist aber nur beim Strom i_2 erfüllt, der den Widerstandsschwankungen genau proportional ist. Die Ströme i_4, $i_6 \ldots$ dagegen bringen störende Schwingungen hinein, die die Deutlichkeit der Sprache verwischen. Ist z. B. $W_1 = \overline{W}_1 \sin \omega t$, so wird $i_2 = -i_0 \overline{W}_1 \frac{\sin(\omega t - \varphi)}{\sqrt{W_0^2 + \omega^2 L^2}}$, gibt also genau die Sinusschwingungen der gleichen Periode wieder. i_4 dagegen gibt einen Strom, der wie

$$\sin^2 \omega t = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\,\omega t)$$

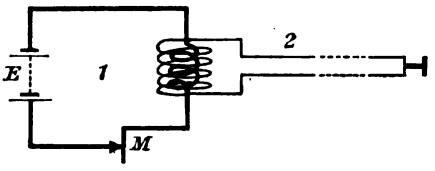
variiert, also die höhere Oktave des ursprünglichen Tones hervorruft. i_6 enthält ebenso den 3. Oberton usw. *Die Bedingung*

Digitized by Google

für eine gute Verständigung ist daher, daß die Stromschwankungen i_2 im Mikrophon klein gegen den mittleren Strom i_0 sein müssen. Dann werden nämlich auch $i_4, i_6 \ldots$ klein gegen i_2 sein, also wird die richtige Klangfarbe nicht stark beeinflußt werden. Man sieht, wie sich die Lautstärke, großes i_2, und gute Verständigung, kleines i_2, widersprechen. Man muß besonders sehen, den Strom i_0 zu verstärken, da dies die Lautstärke vergrößert, ohne die Klangfarbe zu verschlechtern. Größere Widerstandsschwankungen dagegen verringern die Deutlichkeit der Übertragung, da sie das Verhältnis $\frac{i_2}{i_0}$ vergrößern.

Die in Fig. 3 skizzierte Schaltung muß nach diesen Betrachtungen als unvorteilhaft gelten, da der Strom i_0 die ganze Fernleitung durchströmen muß. Da deren Widerstand meist groß ist, oft viele Tausend Ohm beträgt, so würde ein einigermaßen starker Strom i_0 sehr hohe e.m. Kräfte erfordern und eine ganz unnötige Energieverschwendung darstellen. Man wendet daher bekanntlich bei allen längeren Leitungen die in Fig. 4 gezeichnete Schaltung an. Der Mikrophonkreis 1 ist durch die Primärspule eines Transformators geschlossen. Der im Mikrophon M hervorgerufene Wechselstrom ruft in der Sekundärspule einen gleichen Wechselstrom hervor, der durch die Fernleitung 2 dem Telephon zugeführt wird. Der Vorteil, der darin besteht, daß der Gleichstrom i_0 nur den Kreis 1, also außer der Primärspule nur das Mikrophon zu durchströmen braucht und daher leicht auf große Werte gebracht werden kann, liegt auf der Hand.

Fig. 4.



Man pflegt als Grund für die bessere Wirkung der Schaltung 2 anzugeben, daß man den Strom auf höhere Spannung transformiere, so daß er den großen Widerstand der Fernleitung leichter überwinden könne. Dies ist aber sehr oft nicht richtig. Entsprechend den beiden Stromkreisen 1 und 2 erhält man hier die beiden Differentialgleichungen:

$$L_1 \frac{di_1}{dt} + (i_0 + i_1)(W_0 + W_1) = E + L_{12} \frac{di_2}{dt} \qquad (1)$$

Digitized by Google

$$L_2 \frac{di_2}{dt} + i_2 W_2 = L_{12} \frac{di_1}{dt}. \tag{2}$$

Das letzte Glied von Gleichung 1: $L_{12} \frac{di_2}{dt}$ stellt die Rückwirkung des Fernkreises auf den Mikrophonkreis dar. Diese ist in allen praktischen Fällen sehr klein, so daß das Glied im folgenden vernachlässigt ist. Auch wenn es groß wäre, würde es an den folgenden Resultaten nichts ändern. Wie oben sei die willkürliche Zerlegung von W in W_0 und W_1 so gewählt, daß $i_0 W_0 = E$ wird. Ferner muß bei einer guten Verständigung i_1 klein gegen i_0 sein, also ist $i_1 W_1$ neben $i_0 W_1$ zu vernachlässigen. Dadurch geht Gleichung 1 über in

$$L_1 \frac{di_1}{dt} + i_1 W_0 = - i_0 W_1 = e_1. \tag{3}$$

Es ruft also wie vorher die Wechselspannung $e_1 = - i_0 W_1$ einen Wechselstrom hervor von der Amplitude $\bar{i}_1 = i_0 \frac{\overline{W}_1}{\sqrt{W_0^2 + \omega^2 L_1^2}}$. Dieser ist nur klein gegen i_0, wenn $\overline{W}_1$ klein gegen $\sqrt{W_0^2 + \omega^2 L_1^2}$ ist. Da hier W_0 nur den mittleren Widerstand des Mikrophons plus dem der Primärspule darstellt, also von annähernd derselben Größe wie $\overline{W}_1$ ist, so fordert die Bedingung der guten Verständigung, daß ωL_1 groß gegen $\overline{W}_1$, also auch ωL_1 groß gegen W_0 ist. Es ist daher sehr angenähert $\bar{i}_1 = \frac{\bar{e}_1}{\omega L_1}$. — Für den Fernkreis mit der Selbstinduktion L_2 und dem Widerstand W_2 ist $L_{12} \frac{di_1}{dt} = e_2$ die induzierte treibende e.m. Kraft. Die Amplitude von e_2 ist $\bar{e}_2 = \omega L_{12} \bar{i}_1 = \bar{e}_1 \frac{L_{12}}{L_1}$. Die transformierte sekundäre Spannung e_2 ist daher nur dann größer als die primäre Spannung e_1, wenn $L_{12} > L_1$ ist. Dies ist aber in der Praxis häufig nicht der Fall! Wietlisbach[1]) gibt z. B. S. 56 für eine übliche Spule an $L_1 = 0{,}026$ Henry, $L_{12} = 0{,}027$ Henry und später S. 62 in einem

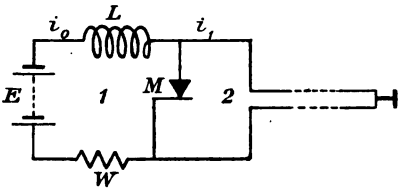
1) Wietlisbach, Handbuch der Telephonie. Für mittlere und höhere Töne ist $\omega = 2\pi n \geqq 1000/\text{sec.}$, also $\omega L_1 \geqq 26$ resp. $50\ \Omega$ in den beiden Beispielen. $\overline{W}_1$ beträgt meist nur Bruchteile eines Ohm. Die Bedingung ωL_1 groß gegen $\overline{W}_1$ hat sich also in der Praxis schon als gut herausgestellt. Tiefe Töne werden in der Tat schlecht übertragen.

Digitized by Google

Beispiel $L_1 = 0{,}05$ Henry; $L_{12} = 0{,}03$ Henry. Man sieht, im zweiten Falle wäre die Sekundärspannung sogar im Verhältnis 5 : 3 herabtransformiert. Der Vorteil der Transformatorschaltung gegen die direkte ist hauptsächlich, daß man den Gleichstrom i_0 auf höhere Werte bringen kann und dadurch höhere Spannungen e_1 am Mikrophon erhält, ohne die Klangfarbe zu beeinträchtigen.

Folgende Schaltung dürfte vor der Transformatorschaltung manche Vorzüge besitzen (Fig. 5). Der Gleichstrom fließt durch die große Selbstinduktion L, den beliebigen Vorschaltwiderstand W und durch das Mikrophon M. Durch die Fernleitung wird wegen ihres großen Widerstandes nur ein geringer Bruchteil fließen. Man kann also leicht den Gleichstrom i_0 im Mikrophon beliebig groß machen und auch durch den Vorschaltwiderstand regulieren. Für den Wechselstrom, der in M entsteht, bildet die große Selbstinduktion eine Drosselspule, so daß er fast ausschließlich durch den Fernkreis fließen muß. Man hat also einerseits den Vorteil der Transformatorschaltung, daß man den Gleichstrom i_0 ohne Schwierigkeiten groß machen kann, andererseits den Vorteil der direkten Schaltung, beliebig große Widerstandsschwankungen verwenden zu dürfen, da der Wechselstrom i_1 durch die Fernleitung schon von selbst genügend geschwächt wird. Ein weiterer Vorteil gegen Schaltung 2 besteht darin, daß die Stromschwankungen nicht durch die Selbstinduktion hindurchzugehen brauchen, also Störungen, die durch Hysteresis des Eisens und den Skineffekt bei Spulen hervorgerufen werden, vermieden sind. Vorläufige Experimente ergaben, daß bis zu 20000 Ω in der Fernleitung die Schaltungen 2 und 3 keinen Unterschied gaben, für noch größere Fernleitung dagegen die Lautstärke der Schaltung 2 größer war. Bei Schaltung 3 kommt es bei Fernleitungen mit großen Widerständen wesentlich darauf an, Mikrophone mit großen Widerstandsschwankungen zu verwenden. Den gleichen Erfolg kann man auch durch Hintereinanderschalten mehrerer Mikrophone erzielen. — Diese Verhältnisse wurden deswegen etwas ausführlicher diskutiert, um zu zeigen, in wie einfacher Weise sich die Stärke und Verteilung des Wechselstromes bei verschiedenen Schaltungen finden läßt,

Fig. 5.



Digitized by Google

wenn man den veränderlichen Wechselwiderstand als den Generator des Wechselstromes betrachtet.

§ 12. **Unterbrecher.** Bei den mechanischen Unterbrechern, die ja auch als von außen veränderte Widerstände anzusehen sind, liegen die Verhältnisse insofern anders, als der Widerstand zeitweise unendlich wird. Eine der beim Mikrophon aufgestellten analoge Reihenentwicklung würde nicht mehr konvergieren. Beim Unterbrecher ist auch die genauere Stromform im einzelnen meist unwichtig. Man will für gewöhnlich in Verbindung mit dem Induktionsapparat entweder eine gute Energieausnutzung erzielen, oder eine große Schlagweite erreichen. Hier ist der Satz II wichtig, *daß die Spannung* am veränderten Widerstande, d. h. hier *an der Unterbrecherstelle die treibende e.m. Kraft für den Wechselstrom bildet.* Da das Induktorium nur ein Transformator dieser Spannung ist, so folgt z. B.: *Die Schlagweite ist der maximalen an den Enden des Unterbrechers auftretenden Spannungsdifferenz direkt proportional.* Man muß also dafür sorgen, möglichst große Spannungsschwankungen am Unterbrecher zu erzielen. Dies wird im allgemeinen durch das Auftreten des sogen. Öffnungsfunkens verhindert. Wird der Kontakt auseinander gezogen, so tritt im letzten Augenblick, wenn die Kontaktfläche schon sehr klein ist, starke Erwärmung ein und beim völligen Auseinanderziehen bildet sich ein Lichtbogen (Öffnungsfunke) aus, der bei einer Stromstärke größer als etwa zwei Ampere eine Spannung von etwa 50 Volt ergibt, also bei einer Betriebsspannung von über 50 Volt dauernd bestehen bleibt, auch wenn der Kontakt um einige mm geöffnet wird. Bei schwächeren Strömen ist die Lichtbogenspannung höher, so daß bei geringer Betriebsspannung nur ein kurzer Öffnungsfunke auftritt. Um bei stärkeren Strömen höhere Spannungen am Unterbrecher zu erzielen, kann man den Lichtbogen durch eine parallel geschaltete Kapazität verhindern (Fig. 6). Wird der Kontakt geöffnet, so kann zunächst nicht eher ein Lichtbogen bestehen, als sich die Kapazität auf etwa 50 Volt aufgeladen hat. Unterdes ist aber die Unterbrechungsstelle schon um eine kleine Strecke auseinander gezogen und, damit dann der Lichtbogen wieder einsetzt, ist schon eine Spannung von vielen 100 Volt nötig (das Entladungspotential der kleinen Luftstrecke). Tritt kein Lichtbogen auf, so setzt sich die in der Primärspule oder einer sonstigen im Stromkreise be-

Digitized by Google

findlichen Selbstinduktion L aufgespeicherte elektromagnetische Energie $\frac{Li^2}{2}$ in elektrostatische $\frac{Ce^2}{2}$ um, d. h. die Kapazität lädt sich bis zu einer Spannung $e = i \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$ auf, falls die Dämpfung durch Ohmschen Widerstand und Sekundärspule klein ist. Es treten dann weiter gedämpfte Eigenschwingungen in dem aus Primärspule und Kapazität gebildeten Stromkreise auf, die auch experimentell nachgewiesen sind.[1])

Diese in gewissen Abständen sich folgenden gedämpften Wellenzüge bedingen ein ziemlich unregelmäßiges Verhalten des Wechselstromes und man wird viel regelmäßigere Erscheinungen erzielen, wenn man die Unterbrechungsfolge mit den Eigenschwingungen

Fig. 6.

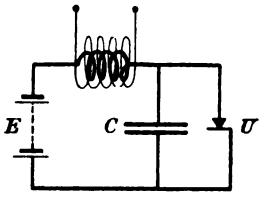
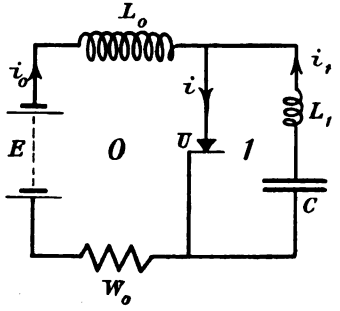


Fig. 7.



des Kreises in Resonanz bringt. Dazu ist die in Fig. 6 gezeichnete Schaltung wenig geeignet, einerseits weil der gesamte Strom bei jeder Unterbrechung auf Null zurückgehen muß, andererseits weil die Unterbrechung gerade im Maximum der Stromstärke im Unterbrecher erfolgt. Ein funkenloses Unterbrechen verlangt:

1. daß die Unterbrechung bei Stromlosigkeit erfolgt, damit sich die Unterbrecherstelle nicht im letzten Augenblick, wo die Kontaktfläche klein ist, zu stark erwärmt. An stark erhitzten Elektroden bildet sich bekanntlich ein Lichtbogen (Funke) viel leichter;
2. daß kurz nach der Unterbrechung und kurz vor der Schließung keine hohen Spannungen am Unterbrecher auftreten, die ein Durchschlagen des dann geringen Luftzwischenraumes verursachen könnten.

1) J. Zenneck, Elektromagnetische Schwingungen S. 368.

Digitized by Google

Die erste Bedingung kann man völlig durch den „Resonanzunterbrecher" erfüllen, dessen verschiedene Schaltungen in den Fig. 7—9 skizziert sind. Fig. 7 ist ganz der beim Mikrophon angegebenen Fig. 5 analog. Sie kommen aber alle auf dasselbe hinaus. Die Schaltung Fig. 9 könnte z. B. auch beim Mikrophon benutzt werden. Die konstante e.m. Kraft E treibt durch den Kreis O, bestehend aus der großen Vorschaltselbstinduktion L_0 und dem Unterbrecher U einen Gleichstrom i_0. Die im Unterbrecher erzeugte Wechselspannung hält den aus Primärspule L_1 und Kapazität C bestehenden Kreis 1 dauernd in Eigenschwingungen (i_1), während ihr ein unnützer Ausgleich durch den andern Zweig wegen der großen Selbstinduktion L_0 nicht möglich ist.

Fig. 8.

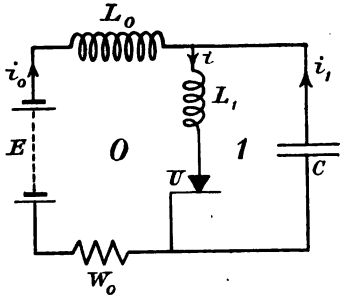
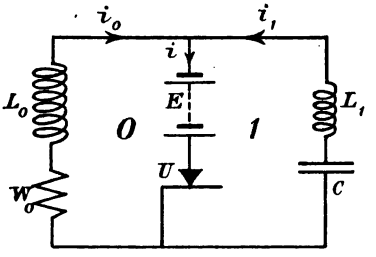


Fig. 9.



Im Unterbrecher überlagert sich der Wechselstrom i_1 dem Gleichstrom i_0 und für Amplitude $i_1 = \bar{i_1} > i_0$ gibt es immer einen Augenblick, in dem $i_1 = -i_0$ wird, der Strom $i = i_0 + i_1$ im Unterbrecher also Null ist. Durch den synchronen Gang des Unterbrechers wird die Unterbrechung gerade in diesem Augenblicke vollzogen. Der Verlauf ist genau derselbe, wie er beim selbsttönenden Lichtbogen zweiter Art geschildert werden wird (§ 37). Auch der Lichtbogen erlischt, und zwar von selbst, wenn der Strom i in ihm Null wird. Der wesentliche Unterschied zwischen beiden besteht nur darin, daß das Wiederzünden beim Lichtbogen von der Zündspannung abhängt, die eine sehr veränderliche Größe ist. Die dadurch bedingten Unregelmäßigkeiten werden beim Resonanzunterbrecher vollkommen vermieden, da das Wiedereinsetzen des Stromes durch das Schließen des Unterbrechers bewirkt wird, dessen Zeitpunkt man einerseits willkürlich festlegen, andererseits bei konstanter Unterbrechergeschwindigkeit vollkommen konstant halten kann.

Digitized by Google

Die beim Lichtbogen gefundenen Resultate für den stationären Zustand lassen sich vollkommen hierher übertragen, wenn man speziell die Spannung am Lichtbogen bei Stromdurchgang e_b gleich Null setzt. Beim Stromdurchgang ist nämlich der Unterbrecher geschlossen und an seinen Enden herrscht die Spannung Null. Die § 37 gefundenen Resultate zeigen, daß man auch die zweite Bedingung für Funkenlosigkeit in bezug auf das Öffnen leicht durch geeignete Dämpfung des Schwingungskreises befriedigen kann. Kurz vor dem Schließen des Unterbrechers tritt aber stets die höchste Spannung auf, die man nicht zu klein wählen darf, da sie ja die treibende e.m. Kraft für den Wechselstrom ist. Ein kleiner Schließungsfunke läßt sich also nicht vermeiden. Er ist aber kaum störend, da sofort der metallische Kontakt selbst hergestellt wird. Man kann ihn dadurch so gut wie ganz beseitigen, daß man mit kleinen Spannungen und dementsprechend größeren Stromstärken arbeitet, wozu nötig ist, im Schwingungskreise eine große Kapazität C und kleine Selbstinduktion L_1 zu verwenden. In der Tat ergaben vorläufige Experimente an einem rotierenden Unterbrecher dann ein völlig funkenloses Arbeiten des Unterbrechers bei richtiger Geschwindigkeit, während bei schnellerer oder langsamerer Unterbrechungsfolge starke Funken auftraten. Der Unterbrecher konnte dadurch auf Synchronismus gehalten werden, daß er gleichzeitig als phonisches Rad ausgebildet wurde, das durch die Wechselströme der Induktionsspule L_1 angetrieben wurde.

Die Höhe der Frequenz, die man mit einem mechanischen Unterbrecher erzielen kann, hängt nur davon ab, welche Relativgeschwindigkeit man den Kontaktstellen zueinander erteilen kann. Es muß nämlich während jeder Schwingungsperiode sich ein anfangs bestehender metallischer Kontakt so weit entfernt haben, daß die inzwischen notwendig auftretende Spannungsdifferenz an den Kontaktstellen — sie bildet ja die treibende e.m. Kraft für den Wechselstrom — sich durch den Zwischenraum nicht ausgleichen kann. Welche Schaltungen und Komplikationen man auch anwenden mag, an dieser Tatsache läßt sich nichts ändern. Der Kontakt braucht z. B. nicht in derselben Periode den Strom wieder zu schließen; dies kann ein anderer Kontakt besorgen. Will man also Schwingungen von 10^6 Polwechseln pro Sekunde erzeugen, und sind die auftretenden Spannungen so groß, daß ein Zwischenraum von 1 mm nötig ist, so muß die Relativgeschwindigkeit der

Digitized by Google

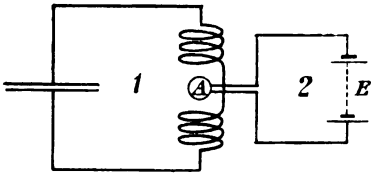
Kontaktstellen mindestens $\frac{1/2 \cdot 10^6}{\text{sec}} \times 1 \text{ mm} = 500 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ betragen. Eine derartige (Geschoß-)Geschwindigkeit läßt sich, wenn überhaupt, nur durch rotierende Scheiben erreichen, und zwar nur mit massiven Stahlscheiben, da alle nicht massiven Verbindungen den großen Zentrifugalkräften gegenüber keine genügende Festigkeit haben. Der Rand muß durch kleine Einkerbungen in Segmente geteilt werden, so daß ein Schleifkontakt abwechselnd den Strom schließt und öffnet. Mit einem aus einer derartigen Scheibe bestehenden Resonanzunterbrecher dürfte man auch praktisch hohe Frequenzen erreichen können. Der Schleifkontakt braucht nur äußerst lose aufzuliegen, da der Schließungsfunke schon von selbst den Kontakt herstellt. Da man einen Öffnungsfunken völlig vermeiden kann, wird man, wenn man mit geringen Spannungen arbeitet, die Segmente kleiner als 1 mm machen dürfen. Große Leistungen kann man immer noch dadurch erzielen, daß man mit starken Stromstärken arbeitet. Man kann ja dadurch, daß man alle Segmente längs des ganzen Umfangs der rotierenden Scheibe den Kontakt machen läßt, die Kontaktfläche sehr groß machen.

§ 13. **Die äußere Einwirkung. Selbsttätige Schwingungen.** Eine Widerstandsänderung durch eine äußere Einwirkung kann außer der soeben besprochenen mechanischen Beeinflussung durch Temperaturänderungen, Bestrahlung mit kurzen Lichtwellen (Selen) oder mit langen Wellen (Kohärer), durch magnetische (Wismut, Gasentladungen) oder elektrostatische Kräfte (Gasentladungen) bewirkt werden. Man kann dadurch Wechselströme von der gleichen Periode wie die der äußeren Einwirkung erzeugen. Nach diesem Prinzipe erhält man ein Telephonrelais dadurch, daß man den primären Strom die äußere Einwirkung auslösen läßt, wozu theoretisch eine beliebig kleine Energiemenge nötig ist. Den dadurch erzeugten sekundären Wechselstrom der gleichen Periode kann man durch Vergrößerung des die Energie liefernden Gleichstromes theoretisch beliebig stark machen. Rein praktische Hindernisse, besonders die Verzerrung der Stromform, haben ein brauchbares Telephonrelais nach diesem Prinzipe bis jetzt vereitelt. — Andererseits kann man die erzeugten Wechselströme rückwärts dazu benutzen, die periodische äußere Einwirkung zu unterhalten. Das Resultat ist dann eine dauernde, gewissermaßen von selbst bestehende Schwingung. Es ist bekannt, wie man dies bei den Unterbrechern nach Art des

Digitized by Google

Neefschen Hammers bewirkt. Der mit Hilfe des phonischen Rades selbsttätig gemachte Resonanzunterbrecher (vergl. S. 26) gehört ebenfalls hierher. Auch beim Mikrophon kann man bekanntlich etwas derartiges erreichen, wenn man die Telephonmembran dem Mikrophon gegenüber aufstellt. Die Schwingungen des Telephons erregen dann rückwärts das Mikrophon derart, daß selbsttätig ein dauernder Ton entsteht. Die Wirkungsweise ist der bei den Unterbrechern analog. Das Wesentliche ist bei beiden die mechanische Schwingung der Feder oder Platte, und es wird bei den mechanischen Schwingungen näher besprochen werden, unter welchen Umständen eine dauernde Erregung möglich ist. Analog kann man durch den in einer Selenzelle bei wechselnder Belichtung entstehenden Wechselstrom ein Relais betätigen, das die Beleuchtung, etwa eine Glühlampe, in gleichem Takte ausschaltet. Auf diese Weise kommt auch hier eine selbständige dauernde Schwingung zustande. (Sehr langsam!)[1]) Auch die Widerstandsänderung des Wismuts oder einer Gasentladung (Lichtbogen) muß sich in ähnlicher Weise benutzen lassen, indem man den Wechselstrom zur dauernden Unterhaltung des wechselnden Magnetfeldes benutzt. Man denke sich die Schaltung Fig. 10. Kreis 1 besteht aus einem Schwingungskreis aus Kapazität und Selbstinduktion, der möglichst ungedämpft gemacht werden muß. Durch die Schwingungen in ihm ändert das Wismut oder der Lichtbogen *A* seinen Widerstand, erzeugt also im Kreise 2 einen Wechselstrom der gleichen Frequenz[2]), der seine Energie von dem durch 2 fließenden Gleichstrom erhält. Nun kann man immer den Wechselstrom 2 so mit Strom 1 in Verbindung bringen, daß er Energie an den Kreis 1 abgibt, dessen Schwingung also dauernd unterhält. Ob man praktisch den Kreis 1 so wenig gedämpft machen kann, daß er durch die Rückwirkung des Kreises 2 dauernd in Schwingungen bleibt, ist eine Frage, die nur durch den Versuch entschieden werden kann. Bei Gasentladungen wird sich eine Widerstandsänderung durch elektro-

Fig. 10.



1) Dies Experiment stammt von Herrn E. Madelung.

2) Da die Widerstandsänderung von der Richtung des Magnetfeldes unabhängig ist, müßte man noch ein konstantes Feld, etwa durch permanente Magnete, überlagern. Vergl. hierzu H. Th. Simon, Phys. Zs. 4, S. 737, 1903.

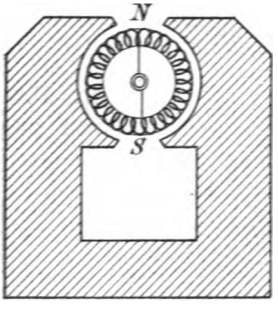
Digitized by Google

statische Kräfte vielleicht noch besser zur Schwingungserzeugung eignen. Für leistungsfähige hochfrequente Schwingungen kommen wohl nur mechanische Unterbrecher und die Gasentladungen in Frage. Das Selen reagiert nicht mehr auf sehr schnelle Belichtungsänderungen, während die Widerstandsänderungen des Wismuts bei magnetischen Feldstärken, wie sie ohne Eisen erzeugt werden können, äußerst gering sind.

β. Änderung der Induktion.

§ 14. **Wechselstrommaschinen.** Der Fall, daß die äußere Variation des Wechselwiderstandes in der Veränderung der Induktion besteht, ist für die Technik besonders wichtig. Sind doch nach unserer Auffassung die Dynamomaschinen nichts anderes als Stromsysteme mit veränderter Induktion. Daß diese naheliegende Auffassung so wenig gepflegt wird, beruht zum Teil wohl darauf, daß bei der technischen Ausführung Hysteresis und Wirbelströme im Eisen eine große Rolle spielen, die sich in die mathematischen Formeln nur schwer einführen lassen. Doch dürften sich die allgemeinen Prinzipien an Hand dieser Auffassung, die die magnetischen Größen ganz vermeidet, exakter darstellen lassen, als mit dem freilich anschaulicheren Begriffe der geschnittenen Kraftlinien. Eine gewöhnliche Wechselstromdynamomaschine besteht aus zwei Stromkreisen, dem der Feldmagnete 1 und dem des Ankers 2, die bei der Rotation gegenseitig aufeinander induzieren. Ist der Anker ein Rotationskörper (Trommelanker, Grammescher Ring) oder enthält er kein Eisen, so wird bei der Rotation die Selbstinduktion L_1 des Magnetkreises nicht geändert. Die Selbstinduktion L_2 des Ankers dagegen ändert sich, da die Pole des Ankers zu den Eisenkernen der Feldmagnete in verschiedene Lagen kommen. Bei der in Fig. 11 gezeichneten Lage ist die Selbstinduktion z. B. klein. Bei einer Drehung um 90° aber groß, da dann die Pole NS außen durch einen magnetischen Kreis geringen Widerstandes geschlossen sind. Man erkennt, daß bei einer Umdrehung die Selbstinduktion zweimal ein Maximum hat. Hauptsächlich aber ändert sich die gegenseitige Induktion L_{12}, die

Fig. 11.



Digitized by Google

zwischen positiven und negativen Werten etwa sinusförmig variiert. Bekanntlich ist die induzierte e.m. Kraft der zeitlichen Änderung der Kraftlinienverkettung Li proportional, so daß man für sie bei veränderlichem L zu setzen hat

$$e = \frac{d(Li)}{dt} = L\frac{di}{dt} + i\frac{dL}{dt}.$$

Die Bilanz der e.m. Kräfte für beide Stromkreise liefert die beiden Gleichungen

1. Feldmagnete: $L_1\frac{dJ}{dt} + JW_1 + \frac{d(L_{12}i)}{dt} = E_0,$

2. Anker: $\frac{d(L_2 i)}{dt} + iW_2 + \frac{d(L_{12}J)}{dt} = 0.$

Dabei bedeutet J den Strom in den Feldmagneten, i den im Anker. — Zur Lösung dieser beiden Gleichungen verfährt man genau wie beim Mikrophon ausgeführt. Man setzt immer für den zu berechnenden Strom die L als konstant und betrachtet die Änderung von L als e.m. Kraft für einen sich superponierenden Strom. Man setzt also zunächst:

$$J = J_0 + J_1;\ J_0 = \frac{E_0}{W_1}.$$

J_0 ist dann der konstante Erregerstrom der Feldmagnete. $J = J_0$ gibt in 2 eingesetzt:

$$L_2\frac{di}{dt} + i\frac{dL_2}{dt} + iW_2 = -J_0\frac{dL_{12}}{dt} = e_1.$$

Hier zerlegt man $i = i_1 + i_2$ und setzt für i_1

$$L_2\frac{di_1}{dt} + i_1W_2 = -J_0\frac{dL_{12}}{dt} = e_1.$$

Variiert L_{12} sinusförmig, $L_{12} = \overline{L_{12}}\sin(\omega t)$, so ist $e_1 = J_0\omega\overline{L_{12}}\cos\omega t$ also eine sinusförmige e.m. Kraft, die in der bekannten Weise im Anker und dem äußeren Stromkreise einen sinusförmigen Wechselstrom i_1 hervorruft von der Amplitude

$$\overline{i_1} = \frac{J_0\omega L_{12}}{\sqrt{W_2^2 + \omega^2 L_2^2}}.$$

Dieser Ankerstrom i_1 induziert nach Gleichung 1 in den Feldmagneten die e.m. Kraft $E_1 = \frac{d(L_{12}i_1)}{dt}$. Da L_{12} sowie i_1 sinusförmig variieren, so ist E_1 eine e.m. Kraft von der doppelten Periode der Umdrehung. Sie erzeugt in den Feldmagneten einen Strom von der Stärke

Digitized by Google

$$J_1 = \frac{E_1}{\sqrt{W_1^2 + (2\omega)^2 L_1^2}} = \frac{i_1 \omega L_{12}}{\sqrt{W_1 + (2\omega)^2 L_1^2}} =$$

$$= J_0 \frac{\omega^2 L^2_{12}}{\sqrt{W_1^2 + (2\omega)^2 L^2_1}\sqrt{W_2^2 + \omega^2 L_2^2}}.$$

Dieser Strom J_1 induziert wieder nach Gleichung 2 im Anker eine e.m. Kraft $e_2 = \frac{d(L_{12} J_1)}{dt}$, die wieder im Anker einen Strom i_3 hervorruft. Indem dieser wieder neue Ströme induziert, erhält man wie beim Mikrophon den Gesamtstrom als eine unendliche Reihe einzelner sich superponierender Ströme. Die höheren Glieder enthalten auch hier Ströme höherer Frequenzen. Die Reihe konvergiert stets, da das Verhältnis zweier aufeinander folgender Glieder kleiner als

$$\frac{\omega^2 L_{12}^2}{\sqrt{W_1^2 + \omega^2 L_1^2}\sqrt{W_2^2 + \omega^2 L_2^2}}$$

ist, ein Faktor, der stets kleiner als 1 ist. Die Reihe konvergiert um so schlechter, je mehr sich dieser Faktor der 1 nähert und es sind dann die höheren Glieder noch von derselben Größenordnung wie das erste. Daraus folgt:

1. Auch abgesehen von den Erscheinungen im Eisen gibt eine Wechselstrommaschine im allgemeinen keinen rein sinusförmigen Strom.

2. Es können in den Feldmagneten Wechselströme von der Größenordnung des Gleichstromes induziert werden. Es bedeutet daher einen Energieverlust, das Eisen der Feldmagnete nicht zu unterteilen. Wie schwer dieser Energieverlust ins Gewicht fällt, hängt von der Größe des obigen Faktors ab. Tatsächlich wendet man bei größeren Maschinen schon wenigstens unterteilte Polschuhe an.

Man könnte versuchen, die Feldmagnete der Wechselstromdynamos direkt durch den Ankerstrom (ohne Kollektor) zu erregen. Bloß durch die vom Anker in den Magneten induzierten Ströme ist das nicht möglich. Das folgt aus der Konvergenz der obigen Reihe. Wird $J_0 = 0$, so werden alle Glieder einzeln Null, da sie ja J_0 als Faktor haben. Es werden daher auch die Gesamtströme $J = i = 0$. Aber man könnte daran denken, wie bei den Gleichstrommaschinen den Ankerstrom um die Magnete zu leiten, so daß er sich selbst ein wechselndes Feld schafft. Dies ist aber auch

Digitized by Google

nicht möglich, wie folgende Überlegung zeigt. Es besteht in diesem Falle nur ein Stromkreis, der Anker mit der dahinter gehaltenen Magnetwickelung. In diesem wird die Selbstinduktion verändert. In Gleichung $L\frac{di}{dt}+i\left(\frac{dL}{dt}+W\right)=0$. Die Lösung ist $i=\frac{i_0 L_0}{L}\,\varepsilon^{-\int_0^t \frac{W}{L}dt}$, wenn i_0 und L_0 Strom und Selbstinduktion zurzeit $t=0$ bedeuten. Da bei allen möglichen Variationen L selber stets positiv bleiben muß, so wird $\int_0^t \frac{W}{L}\,dt$ mit wachsender Zeit immer größer. Das bedeutet in obiger Formel: Der Strom i mit der beliebigen Anfangsgröße i_0 klingt mit wachsender Zeit gegen Null ab, eine Selbsterregung kann auf diese Weise nicht stattfinden. Man sieht, in wie einfacher Weise man derartige prinzipielle Fragen mit dem Begriff des veränderlichen Induktionskoeffizienten entscheiden kann.[1])

Die Periode des nur durch eine veränderliche Induktion erzeugten Wechselstromes hängt bloß von der äußeren Einwirkung ab, bei den Wechselstromdynamos z. B. nur von der Rotationsgeschwindigkeit und der Polzahl. Zur Erzeugung hochfrequenter Schwingungen kommt es also wie bei den mechanischen Unterbrechern nur einerseits auf große Umfangsgeschwindigkeiten und andererseits auf kleine Pole (Segmente) an. In beiden Punkten dürfte man mit den mechanischen Unterbrechern weiter gehen können. Besonders sind diese in energetischer Beziehung weit überlegen. Das höchste mit einer Hochfrequenzmaschine erreichbare dürfte die von Duddell konstruierte leisten, die einen Wechselstrom von 240 000 Polwechseln pro Sekunde gab, dabei freilich nur eine Leistung von 0,2 Watt besaß.[2])

§ 15. **Gleichstromdynamomaschinen.** Bei Gleichstrommaschinen muß nach Satz III b im Stromsystem außer einer veränderten Selbstinduktion ein veränderter Widerstand vorhanden sein, der Kommu-

1) H. Poincaré hat (L'Éclairage électrique 50, 299; 1907) ganz allgemein bewiesen, daß man allein durch veränderliche Induktionen bei Abwesenheit von konstanten e.m. Kräften und permanenten Magneten niemals einen Wechselstrom erzeugen kann, mit Ausnahme des Falles, daß man die Eigenschwingungen eines aus Selbstinduktionen und Kapazitäten bestehenden Systems durch synchrone äußere Einwirkung verstärkt.

2) W. Duddell, Phil. Mag. 9, 299, 1905.

Digitized by Google

tator oder Kollektor.[1]) In Übereinstimmung mit den Sätzen IIIa und IIIb wird durch die veränderte Induktion mechanische Arbeit in Wechselstromenergie umgewandelt und diese durch die gleichzeitige Kommutation in Gleichstromenergie umgesetzt. Die Gesamtwirkung bei Fremderregung ist daher folgende: Im Anker wird die e.m. Kraft $J\frac{dL_{12}}{dt}$ induziert. (J = Strom im Magnetkreise.) Diese würde, wie bei der Wechselstrommaschine, sinusförmig variieren. Durch den Kollektor wird aber bewirkt, daß L_{12} immer auf seinen ursprünglichen Wert zurückgebracht wird. Da das Umschalten auf die im Anker induzierten Kräfte nur einen unwesentlichen Einfluß hat[2]), so ist der Effekt eine nahezu konstante induzierte e.m. Kraft im Anker. Es ist nämlich J der Magnetstrom konstant und $\frac{dL_{12}}{dt}$ für den Anker konstant, indem L_{12} durch den Kollektor immer an derselben Stelle der sonst sinusförmigen Variation gehalten wird.[3])

Genau das gleiche wie bei den gewöhnlichen Gleichstromdynamos geschieht bei den Unipolarmaschinen, nur daß hier die unstetige Umschaltung in eine stetige verwandelt ist. Die einfachste Anordnung ist die Scheibenmaschine von Faraday (Barlows Rad). Ein Metallrad rotiert in einem Magnetfelde senkrecht zu den Kraftlinien. Die Zuleitung geschieht einerseits durch die Achse,

---

1) Poincaré (l. c.) leitet den gleichen Satz ab. Auch faßt er genau wie hier den Kollektor als veränderten Widerstand und den Schleifkontakt beim Barlowschen Rade als speziellen Kollektor auf.

2) Der Strom ändert seine Richtung in den Windungen in dem Augenblicke, wo die Windung durch die Bürste kurzgeschlossen ist, also eine elektrische Einwirkung auf den übrigen Strom nicht stattfindet. Die magnetische Wirkung, die Induktion bei Umkehr der Stromrichtung bewirkt im Verein mit der Änderung von L_2 das unter dem Namen Ankerrückwirkung bekannte Phänomen.

3) Man kann die Wirkungsweise der Gleichstromdynamo mit der eines oberschlächtigen Wasserrades vergleichen. Der gegenseitigen Induktion L_{12} entspricht die gegenseitige Anziehung von Rad und Erde. Dadurch, daß das Wasser immer wieder oben zufließt und unten abfließt, was dem Umschalten bei der Dynamomaschine entspricht, wird die anziehende Kraft zwischen Rad und Erde immer auf derselben Größe gehalten. — Die Bürsten feuern, wenn der Strom nach der Kommutation nicht die gleiche Größe wie im Anker hat. Genau so spritzt das Wasser, wenn es beim Auftreffen auf das Rad eine andere als die Umfangsgeschwindigkeit des Rades hat.

Digitized by Google

andererseits durch die Peripherie vermittelst einer Schleiffeder. Wird das Rad in Umdrehung versetzt, so wird in ihm eine konstante e.m. Kraft induziert, die einen Strom i hervorruft. Dies muß auf den ersten Blick sehr überraschen, da im stationären Zustande sich die gesamte Konfiguration des Stromsystems nicht ändert, also auch gar keine Kraftlinien geschnitten werden. Nach den obigen Auseinandersetzungen ist aber die Wirkungsweise leicht erklärlich. Auch hier würde durch die Rotation die gegenseitige Induktion geändert werden, falls die Schleiffeder an der Peripherie der Scheibe festsäße. In Wirklichkeit wird diese Änderung aber durch die Wirkung des Schleifkontaktes gerade aufgehoben. Für die induzierte e.m. Kraft ist aber nur die erstere Änderung maßgebend. Die Wirkungsweise ist also genau der bei der Gleichstromdynamo analog, nur daß der dort unstetige Vorgang der Kommutation hier ein stetiger ist.

Die nahezu konstante Größe $\frac{dL_{12}}{dt}$ ist proportional der Rotationsgeschwindigkeit der Maschine (wegen $\frac{d}{dt}$). Sie ist bei Motoren positiv, bei Generatoren negativ, da sie sich mit der Umdrehungsrichtung ändert. Bei letzteren setze man $-\frac{dL_{12}}{dt} = M$. Es wird dann im Anker die e.m. Kraft $e = MJ$ erzeugt, die einen Strom i hervorruft, also eine Wattleistung ei abgibt. Diese Leistung entspringt nur den mechanischen Kräften, die die Maschine treiben. Ist der Erregerstrom J der Feldmagnete konstant, so wird in bekannter Weise eine konstante e.m. Kraft im Anker erzeugt. Ist aber J veränderlich, so wird im Anker eine e.m. Kraft $e = MJ$ induziert, die genau den Änderungen von J folgt und daher einen Ankerstrom i hervorruft, dessen Schwankungen genau den Schwankungen von J entsprechen. Nach diesem Prinzipe erhält man ein Telephonrelais dadurch, daß man den primären Strom J um die Feldmagnete einer Gleichstromdynamo oder eines Gleichstrommotors leitet. Der im Anker induzierte Strom i gibt dann unverzerrt die Schwankungen von J wieder. Er erhält seine Energie ausschließlich durch die die Rotation bewirkenden Kräfte und kann daher theoretisch auf beliebig hohe Werte gebracht werden. Man muß dazu $M = -\frac{dL_{12}}{dt}$ möglichst groß machen, also einer-

Digitized by Google

seits eine möglichst innige Kraftlinienverkettung zwischen Magneten und Anker herstellen, andererseits möglichst schnelle Rotationen verwenden. Praktische Schwierigkeiten werden einerseits in dem verzerrenden Einfluß der Eisenhysteresis, andererseits in der sprunghaften Änderung von $\frac{dL_{12}}{dt}$ bei Verwendung von Kollektormaschinen liegen, wodurch ein störendes Nebengeräusch hervorgerufen wird. Auf einer derartigen Relaiswirkung dürfte wesentlich der von Simon[1]) beschriebene Effekt beruhen, daß man durch den Feldmagneten übergelagerte Mikrophonströme alle Lichtbögen des Netzes zum Sprechen bringen kann.

Bekanntlich kann man die Gleichstrommaschine sich selbst erregend machen, indem man den Ankerstrom selbst um die Magnete leitet. Dadurch wird die im Anker induzierte e.m. Kraft vom Ankerstrom selbst abhängig, dieser übt auf die ihn erzeugende äußere Einwirkung eine Rückwirkung aus. Es ist dies der zu § 13 analoge Fall, und es sind daher auch hier selbsttätige Schwingungen zu erwarten. Bei der Hauptschlußmaschine ist nur ein Stromkreis vorhanden, der die Ankerwindungen, die Magnetwickelung und den äußeren Stromkreis umfaßt. Es fließt also um die Magnete der gleiche Strom i wie im Anker, so daß die im Anker induzierte e.m. Kraft $e = -i\frac{dL_{12}}{dt} = iM$ beträgt. Das Kräftegleichgewicht ist dann durch die Gleichung ausgedrückt

$$L\frac{di}{dt} + i(W - M) = 0.$$

Darin bedeutet L die auch während der Rotation konstante Selbstinduktion, W den Widerstand des gesamten Kreises, M die oben definierte konstante positive Größe. Das Integral dieser Gleichung lautet $i = i_0\,\varepsilon^{-\left(\frac{W-M}{L}\right)t}$, wenn i_0 den Strom zur Zeit $t = 0$ darstellt. Das bedeutet: Ist $W - M > 0$, so klingt jeder Anfangsstrom mit wachsender Zeit auf Null ab. Ist dagegen $W - M < 0$, so nimmt jeder Anfangsstrom mit wachsender Zeit unbegrenzt zu. Daß dies Anwachsen praktisch nicht unbegrenzt eintritt, bewirken drei Umstände. Zunächst nimmt mit wachsendem Strome, also gesteigertem Energieverbrauch, die Tourenzahl der treibenden

1) H. Th. Simon, Phys. Zs. 3, 279 u. Fig. 7, 1902.

Digitized by Google

Maschine ab, wodurch M verkleinert wird. Dann erreicht die Magnetisierung der Magnete einen Sättigungszustand, die magnetische Permeabilität wird mit wachsendem Strome kleiner, wodurch gleichfalls M verkleinert wird. Schließlich erwärmt sich die Maschine bei größerem Strome stärker, wodurch der Widerstand der Wickelungen wächst, also W zunimmt. Ohne diese drei Ursachen wäre ein stationärer Gleichstrom bei einer Hauptschlußmaschine nicht möglich. Die Größe M kann man als „negativen Widerstand" der Hauptschlußmaschine bezeichnen. Läßt man die Maschine laufen und schaltet in den äußeren Kreis Widerstand, der größer als M ist, so ist der Gesamtwiderstand positiv, es findet keine Selbsterregung statt. Es fließt nur ein geringer Strom, der durch den remanenten Magnetismus erzeugt wird. Sowie aber der äußere Widerstand unter die Größe von M sinkt, der Gesamtwiderstand negativ wird, erregt sich die Maschine und der Strom steigt an, bis eine der drei oben genannten Ursachen ein weiteres Ansteigen verhindert.

Es werde die Hauptschlußmaschine durch eine Kapazität C kurz geschlossen. Man hat dann einen Stromkreis mit der (großen) Selbstinduktion L, dem „Gesamtwiderstande" $W - M$ und der Kapazität C. Bekanntlich sind in einem solchen Stromkreise Eigenschwingungen möglich, angenähert von der Periode $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Diese Schwingungen werden gedämpft, ihre Amplitude nimmt wie $\varepsilon^{-\frac{W-M}{L}t}$ ab, wenn $W > M$, d. h. der Gesamtwiderstand im Kreise positiv ist. Ist dagegen der Gesamtwiderstand negativ, so schwellen sie immer mehr an. Bei jeder sich selbst erregenden Dynamomaschine ist das letztere der Fall. *Schließt man also eine Hauptschlußmaschine durch eine Kapazität kurz, so müssen Eigenschwingungen von der durch die Selbstinduktion der Maschine und die Kapazität bestimmten Periode entstehen.*[1]) Voraussetzung ist dabei, daß das Eisen oder sonstige massive Metallteile der Maschine keine zu große Dämpfung bewirken. Ist z. B. das Eisen der Magnete nicht unterteilt, so werden die Schwingungen durch die im massiven Eisen indu-

1) Bei einem Gespräche mit Herrn R. Rüdenberg ergab sich, daß dieser schon vor mir zu einem gleichen Resultate, freilich auf anderem Wege, gekommen war. Vergl. D.R.P. vom 26. Nov. 1906, Nr. 179954.

Digitized by Google

zierten Wirbelströme sofort gedämpft werden müssen. Dies war offenbar der Grund, weshalb es mir bis jetzt nicht gelang, solche Schwingungen zu erzeugen. Es standen mir nur Maschinen mit massiven Eisenkernen zur Verfügung.

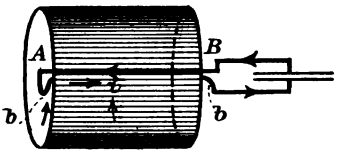
Der Vorgang spielt sich, wenn die Erscheinungen im Eisen nicht berücksichtigt werden, folgendermaßen ab: Es sei die Kapazität etwas geladen, der Strom sei null. Induktionswirkungen finden nicht statt. Die Kapazität entlädt sich jetzt, erregt dadurch die Feldmagnete und durch die Induktionswirkung wird der Entladestrom verstärkt. Ohne Induktionswirkung würde sich die Kapazität wie bei dem gewöhnlichen Schwingungsvorgang nach einer halben Periode mit entgegengesetztem Vorzeichen bis fast zur selben Höhe wie anfangs laden. Jetzt lädt sie sich daher höher auf. Dann wird der Strom wieder null und die Kapazität entlädt sich in entgegengesetzter Richtung. Die Magnete werden dadurch gleichzeitig umpolarisiert, und die Induktionswirkung verstärkt daher auch diesen Strom, so daß die Kapazität bis zu noch größerer Höhe aufgeladen wird. Dann wiederholt sich der Vorgang von neuem. Es ist dies ein Vorgang, bei dem direkt durch mechanische Arbeit die elektrische Eigenschwingung eines Stromes angeregt oder verstärkt wird. Bei den durch eine Wechselstrommaschine erregten Schwingungen ist die Periode nur von der Rotationsgeschwindigkeit abhängig, also durch den mechanischen Teil bestimmt. Bei der durch eine Kapazität kurzgeschlossenen Hauptschlußmaschine dagegen ist die Periode der erregten Schwingung nur von Selbstinduktion und Kapazität abhängig, also durch den elektrischen Teil bestimmt. Die Rotationsgeschwindigkeit der Maschine hat auf die Periode keinen Einfluß. Sie bedingt nur die Energiezufuhr für die Schwingungen. Eine derartige „asynchrone“ Schwingungserregung ist nur dann möglich, wenn der induzierte Strom (im Anker) selbst auf die induzierende Einwirkung (das Magnetfeld) zurückwirkt. Von diesem Fall ist die Hauptschlußmaschine nur eine besonders einfache Schaltung.

Bei der Schwingung muß die (potentielle) Energie der Kapazität $\frac{C\overline{\mathfrak{E}}^2}{2}$ das ganze Magnetfeld umpolarisieren, indem sie sich in die (kinetische) Energie $\frac{L\overline{i}^2}{2}$ des Magnetfeldes umsetzt. Es darf aber

Digitized by Google

die maximale Spannung $\bar{\mathfrak{E}}$ an der Kapazität und in der Maschine praktisch eine gewisse Grenze nicht überschreiten. Will man daher einen einigermaßen starken Strom i und damit eine einigermaßen große Leistung Mi^2 haben, so muß man C groß oder L klein wählen. Hochfrequente Ströme verlangen andererseits kleines L oder kleines C. Beiden Bedingungen kann man nur genügen, wenn man L klein wählt. Eine derartige Maschine, die sich rechnerisch einfach durchführen läßt, ist die in Fig. 12 skizzierte. Das feste „Magnetfeld" besteht nur aus dem geraden Draht AB, der bewegliche „Anker" aus einem in Streifen geteilten Kupferzylinder, der unter dem Draht AB vorbeirotiert. Diesem wird der Strom durch die Bürsten bb zugeführt, so daß der gesamte Stromkreis nur aus einer festen Hinleitung AB und einer dauernd auf diese zu bewegten Rückleitung besteht. Ist a der gegenseitige Abstand von Hin- und Rückleitung, b ihre Länge, 2ϱ die Drahtdicke, so ist angenähert die Selbstinduktion $L = 4b\ (lna - ln\varrho)\ 10^{-9}$ Henry[1]), d. h. bei kleinem Abstand a sehr klein (bifilar). Bezeichnet v die Geschwindigkeit, mit der die beiden Leitungen sich nähern, so ist $v = -\frac{da}{dt}$, und es wird

Fig. 12.



$$M = -\frac{dL}{dt} = -\frac{dL}{da}\frac{da}{dt} = +\frac{4b}{a}\,v\ 10^{-9}\ \Omega.$$

Z. B. für $a = 1$ cm, $b = 1$ m, $v = 100\ \frac{\text{m}}{\text{sec}}$[2]) wird $M = 4 \cdot 10^{-3}\ \Omega$. Damit die Maschine sich selbst erregt ($M > W$), muß also ihr innerer Widerstand kleiner als $4 \cdot 10^{-3}\ \Omega$ sein. Abgesehen vom Bürstenwiderstande müssen danach die Kupferleitungen einen Querschnitt von mehr als 10 mm² haben. Bei einer effektiven Stromstärke von 100 Amp. wäre die induzierte Leistung $Mi^2 = 4 \cdot 10^{-3} \cdot 10^4 = 40$ Watt. Eine große Schwierigkeit bei der Erzeugung schneller Schwingungen besteht in der Kommutation, indem bei dem rasch wechselnden Magnetfeld einerseits starke Wirbelströme in den benachbarten, durch die Bürsten kurz geschlossenen Anker-

1) Nach Kohlrausch, Praktische Physik, 10. Aufl., S. 605.

2) Größere Geschwindigkeiten wird man einem Zylinder, der keine massiven Metallteile enthalten darf, nicht geben können.

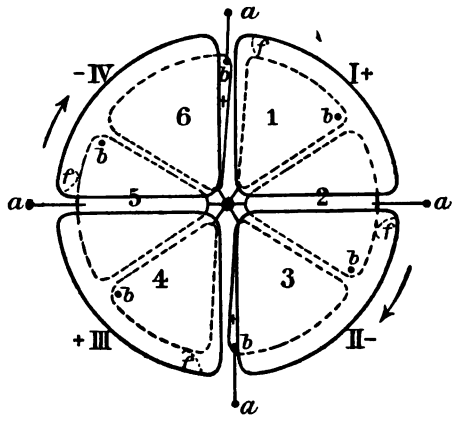
Digitized by Google

drähten entstehen, andererseits der Strom in den Drähten beim Ausschalten nicht null ist. Wieweit diese Schwierigkeiten zu vermeiden sind, läßt sich nur experimentell entscheiden.

γ) Änderung der Kapazität.

§ 16. **Influenzmaschinen.** Es bleiben noch die Erscheinungen zu untersuchen, die auftreten können, wenn im Stromsystem eine Kapazität verändert wird. Hier zeigt sich eine weitgehende Analogie zu den bei variabler Induktion auftretenden Erscheinungen. Was bei veränderter Induktion die Dynamomaschine war, ist hier die Influenzmaschine. Sie ist nach unserer Auffassung nichts anderes als ein Stromsystem mit veränderter Kapazität. Die Analogie zwischen beiden Maschinen geht sehr weit. Man betrachte z. B. die in Fig. 13 skizzierte Maschine, die eine vierpolige Gleichstrominfluenzmaschine mit Selbsterregung darstellt.

Fig. 13.



I, II, III, IV sind feststehende Kästen, ähnlich wie beim Quadrantenelektrometer. I und III sind leitend verbunden und bilden das eine Ende der Kapazität, den einen Pol der Maschine, II und IV den anderen.[1]) Im Innern befinden sich 6 um die Achse rotierende Flügel, die von der Achse und untereinander isoliert sind. Diese besitzen an einer Ecke eine Erhöhung *b*, mit der sie im Vorbeirotieren für einen Moment die mit der Erde verbundenen Ausgleicher *a* berühren (in Fig. 13 die Flügel 3 und 6). Sofort nach Aufheben des Kontaktes mit *a* berühren die Flügel die Federn *f*, die mit den Quadranten verbunden sind. Diese schleifen bei der Rotation an

1) Für gewöhnlich ist die äußere Leitung durch die sogen. Aufsauger angeschlossen. Als Nebenschlußmaschine findet nämlich nur Selbsterregung statt, wenn der Widerstand des äußeren Stromkreises groß ist. Es ist daher durch die Aufsauger gleich in die Maschine ein großer Luftwiderstand eingeschaltet.

Digitized by Google

ihrer ganzen Peripherie entlang. Sind I und III positiv, II und IV negativ geladen, so werden sich die fast ganz im Innern von II und IV befindlichen Flügel bei Berühren mit dem Ausgleicher positiv laden und diese Ladung dann an I und III ganz abgeben, wenn sie sich in deren Innern befinden. Bei der darauf folgenden Berührung mit dem Ausgleicher laden sie sich negativ und geben diese Ladung an II und IV ab usw. Man sieht, die beiden feststehenden Quadrantenpaare entsprechen den beiden Polpaaren bei einer vierpoligen Dynamomaschine. Natürlich hätte man auch eine zweipolige oder mehrpolige Maschine konstruieren können. Die Flügel 1—6, die auch in ganz beliebiger anderer Zahl angebracht werden könnten, entsprechen den einzelnen Segmenten des Ring- oder Trommelankers. Die feststehenden Federn *f* bewirken analog den Bürsten am Kollektor eine synchrone Umschaltung der Flügel, so daß sie abwechselnd mit den Quadranten I und III oder II und IV in Verbindung kommen. Ein kleiner Unterschied besteht nur darin, daß bei der Dynamo die Bürsten zugleich die Segmente kurz schließen und dadurch die Kommutation des Stromes bewirken, während hier ein besonderer Ausgleicher nötig ist, um der Ladung das entgegengesetzte Vorzeichen zu geben. Natürlich kann man auch eine Wechselstrominfluenzmaschine bauen, wenn man die Federn *f* und Ausgleicher *a* wegläßt und die Flügel dauernd etwa durch einen Schleifring auf der Achse mit demselben Pole des äußeren Stromkreises in Verbindung läßt. Die Quadranten müßten dann durch eine Hilfsspannung geladen werden, was der Fremderregung bei der Wechselstromdynamomaschine entspricht. Man könnte sogar daran denken, entsprechend den Induktormaschinen, bei denen nur Eisenteile bewegt werden, Influenzmaschinen zu konstruieren, bei denen nur das Dielektrikum, z. B. eine Flüssigkeit, bewegt würde.

So kann man durch veränderliche Kapazitäten einen Wechselstrom erregen, der wie bei der gewöhnlichen Wechselstromdynamo von der Rotationsgeschwindigkeit und der Polzahl abhängt. Durch Kombination einer veränderlichen Kapazität und eines Umschalters erhält man analog der Gleichstromdynamo- eine Gleichstrominfluenzmaschine. Auch hier wird die Kapazität durch die Rotation dauernd verkleinert, durch die Umschaltung aber immer auf ihren alten Wert zurückgebracht. Auch hier läßt sich theoretisch ein Telephonrelais dadurch herstellen, daß man dem Primärstrom die

Digitized by Google

periodische Umladung der festen Platte überträgt. Der an den dann isolierten Federn *f* abgenommene Sekundärstrom hätte die gleiche Form wie der Primärstrom. Andererseits kann man die Influenzmaschine ebenfalls selbsterregend machen, indem man die in den bewegten Teilen (Anker) erzeugte Elektrizität zum Aufladen der festen Platten (des Feldes) benutzt. Dies bewirkt auch hier eine Rückwirkung des erzeugten Stromes auf die äußere Einwirkung, die ihn erzeugt. Es ist bekannt, wie sowohl bei der sich selbst erregenden Gleichstromdynamo- wie bei der Gleichstrominfluenzmaschine die Klemmenspannung wesentlich mit der Stromentnahme verknüpft ist. Auch bei der Influenzmaschine müßte bei Selbsterregung die Spannung unbegrenzt zunehmen. Eine Grenze ist hier durch die größer werdende Leitfähigkeit der Luft gesetzt. Bildet man aus einer Gleichstrominfluenzmaschine als Kapazität und einer konstanten Selbstinduktion einen Schwingungskreis, so muß auch hier jede sich selbst erregende Influenzmaschine die elektrische Eigenschwingung selbsttätig verstärken, indem den feststehenden Platten auch bei wechselndem Vorzeichen ihrer Ladung stets Elektrizitätsmengen des gleichen Vorzeichens zugeführt werden. Bei schnellen Schwingungen tritt aber eine gleiche Schwierigkeit wie bei der Dynamomaschine bei der Kommutation auf. Wie dort der Strom nach der Kommutation nicht die richtige Stärke hatte, so haben hier die bewegten Teile nicht die richtige Ladung. Hat z. B. der Quadrant I (vergl. Fig. 13) gerade während der Zeit seine Ladung gewechselt, während der Flügel 6 den Ausgleicher *a* losläßt und mit der Feder *f* in Verbindung tritt, so kommt die positive Ladung gerade an den negativen Quadranten I, so daß die Ladungen sich aufheben, statt sich zu verstärken. Ob diese Schwierigkeit zu vermeiden ist, ist fraglich.

§ 17. **Änderung der e.m. Kräfte.** Schließlich bleibt noch zu untersuchen, inwieweit man durch direkte Änderung der e.m. Kräfte einen Wechselstrom erzeugen kann. Da induzierte Kräfte schon behandelt wurden, bleiben nur noch solche thermischen oder chemischen Ursprungs übrig. Eine äußere Einwirkung kann bei diesen in einer Änderung der Temperatur oder der chemischen Beschaffenheit bestehen. Beide Änderungen lassen sich aber nur so langsam herstellen, daß dieser Fall praktisch zur Wechselstromerzeugung nicht in Frage kommt.

Digitized by Google

b) Zweite Gruppe: Änderung durch den durchfließenden Strom.

§ 18. **Vorkommende Fälle.** In den bis jetzt behandelten Fällen wurde die Änderung des Wechselwiderstandes im allgemeinen durch eine äußere periodische Einwirkung hervorgerufen. Die Periode des Wechselstromes ist dann durch die der äußeren Einwirkung bestimmt. Selbsttätige Schwingungen können dadurch erhalten werden, daß der erzeugte Wechselstrom auf die äußere Einwirkung zurückwirkt, sie unterhält. Nur bei den Schwingungen an der Gleichstromdynamo- und -Influenzmaschine war die erzeugte e.m. Kraft an sich nicht periodisch, aber sie war von dem durchfließenden Strome abhängig. Daher bilden diese beiden Erscheinungen schon den Übergang zu der jetzt zu besprechenden Gruppe, bei der der durchfließende Strom direkt die Veränderung des Wechselwiderstandes hervorruft.

Bei einem nur aus Selbstinduktion oder Kapazität bestehenden Wechselwiderstande kann der durchfließende Strom nur insofern eine Änderung hervorbringen, als er die magnetische oder dielektrische Permeabilität ändert. Daß hierdurch keine Wechselstromenergie gewonnen werden kann, ist S. 15 bewiesen. Somit bleibt nur der Fall, daß der Ohmsche Widerstand durch den durchfließenden Strom verändert wird. Mehr oder weniger trifft dies ja stets zu, da alle Widerstände sich beim Stromdurchfluß erwärmen und die Temperatur den Widerstand beeinflußt. Besonders groß ist die Abhängigkeit des Widerstandes von der Stromstärke bei gasförmigen Leitern der Elektrizität; bei ihnen wird ja die Leitfähigkeit durch den durchfließenden Strom erst erzeugt. Bei elektrolytischen Widerständen treten ferner durch den durchfließenden Strom wegen der Konzentrationsänderungen und Zersetzung e.m. Gegenkräfte auf. Dies kommt aber auf dasselbe hinaus, als habe sich der Widerstand durch den durchfließenden Strom vergrößert. Der Widerstand W ist nämlich definiert durch das Ohmsche Gesetz: $e = iW$. Ist nun W eine Funktion von i, $W = f(i)$, so ist auch $e = i \cdot f(i) = g(i)$ eine Funktion von i. Es ist daher gleichgültig, ob man sagt, der Widerstand oder die Klemmenspannung des variablen Teiles sei eine Funktion des Stromes. Im Gegenteil ist das letztere meist vorteilhafter, da man die Spannung direkt messen kann, den Widerstand dagegen nicht — Mit positivem e sei immer eine e.m. Gegenkraft bezeichnet. Für ein Element, das so geschaltet ist, daß es den Strom verstärkt, ist also die

Digitized by Google

Klemmenspannung gleich $-e$ zu setzen. So umfassen die folgenden Betrachtungen auch die Möglichkeiten, durch veränderliche e.m. Kräfte Wechselströme zu erzeugen, insofern diese e.m. Kräfte von dem durchfließenden Strome abhängig sind.

α) Energie.

§ 19. **Einschränkende Bedingung.** Unter all den Widerständen und e.m. Kräften, die durch den durchfließenden Strom verändert werden, können aber nur wenige zur Wechselstromerzeugung verwendet werden. Ein Widerstand muß sich z. B. dazu so ändern, daß die vom Gleichstrom zugeführte Energie größer ist, als die im Widerstand entwickelte Wärme. Die Bedingung, die der veränderliche Leiter zu erfüllen hat, um ein Wechselstromgenerator zu werden, ist in den § 6 angestellten ganz allgemein gültigen Energiebetrachtungen schon enthalten. Sie lautet für diesen Fall:

Damit dem Wechselstrome i_1 Energie zugeführt wird, muß er derartige Spannungsänderungen e_1 hervorrufen, daß $\int_0^T e_1 i_1 \, dt < 0$ *wird.*

Beachtet man, daß positives i_1 einem größeren Gesamtstrom $i = i_0 + i_1$, ebenso positives e_1 einer größeren Klemmenspannung $e = e_0 + e_1$ entspricht, so kann man diese Bedingung etwa so aussprechen: Es muß „im Mittel" bei größerem Strome (i_1 positiv) die Spannung kleiner sein (e_1 negativ) und umgekehrt bei kleinerem Strome (i_1 negativ) die Spannung größer sein (e_1 positiv). Dann wird nämlich das Produkt $e_1 i_1$ „im Mittel" negativ, und das ist es, was $\int_0^T e_1 i_1 \, dt < 0$ bedeutet.

Besteht die vom Strom abhängige Klemmenspannung e in einer positiven e.m. Kraft, wie das bei der Dynamomaschine oder bei galvanischen Elementen der Fall ist, so muß umgekehrt „im Mittel" die Spannung mit zunehmender Stromentnahme steigen, mit abnehmendem Strome sinken.

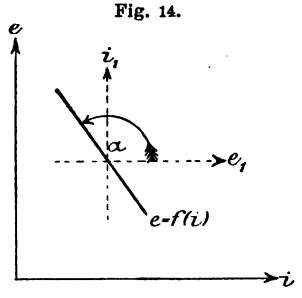
Da die Bedingung $\int_0^T e_1 i_1 \, dt < 0$ ebenso für die erste Gruppe wie für die zweite gilt, kann man auch sagen, daß bei letzterer Strom und Spannung sich gerade so ändern müssen, wie sie es tun, wenn durch äußere Einwirkung ein Wechselstrom hervor-

Digitized by Google

gerufen wird. Wird z. B. der Ohmsche Widerstand von außen verändert, etwa verkleinert, so sinkt dadurch die gegenelektromotorische Klemmenspannung, und dies hat dann ein Anschwellen des Stromes zur Folge. Bei einem durch den Strom veränderten Widerstande ist zwar das Verhältnis von Ursache und Wirkung gerade umgekehrt. Zuerst ändert sich der Strom, wächst z. B. an; dadurch muß sich der Widerstand so stark verringern, daß die Spannung trotz des anwachsenden Stromes sinkt, so daß das Abfallen der Gegenspannung das Anschwellen des Stromes nachträglich verstärkt. Der Effekt, die gleichzeitige Abnahme der Spannung und Zunahme des Stromes, ist in beiden Fällen derselbe, und wie er zustande kommt, ist für den elektrischen Vorgang völlig gleichgültig. So können bei dem S. 26 beschriebenen Resonanzunterbrecher genau die gleichen Schwingungsvorgänge auftreten, wie beim selbsttönenden Lichtbogen, obwohl bei ersterem die Widerstandsänderung durch äußere Einwirkung, bei letzterem durch den Strom selbst hervorgebracht wird.

§ 20. **Energie und Charakteristik.** Man hat sich das Verhalten solcher Leiter mit vom Strome abhängiger Klemmenspannung häufig graphisch an Hand der Charakteristik veranschaulicht. Es ist dies die Kurve $e = f(i)$ in einem e, i = Koordinatensystem, die die gleichzeitigen Werte der Spannung e und der Stromstärke i darstellt. Eine Charakteristik, die für größeres i kleinere e-Werte liefert (Fig. 14), bezeichnet man als fallend. Die obige Bedingung besagt dann, daß die Charakteristik während der Schwingung eine „im Mittel" fallende sein muß, wenn dem Wechselstrome Energie zugeführt werden soll.[1]) Dies Kriterium ist aber wie das vorige wegen des „im Mittel" kein exaktes und liefert nur ein übersichtliches Resultat, wenn die Charakteristik annähernd geradlinig verläuft, die „mittlere" Neigung also sofort zu erkennen ist. In diesem Falle ist $e = a + b\,i$; $b = \frac{de}{di} = \operatorname{tg} \alpha$, wenn

Fig. 14.

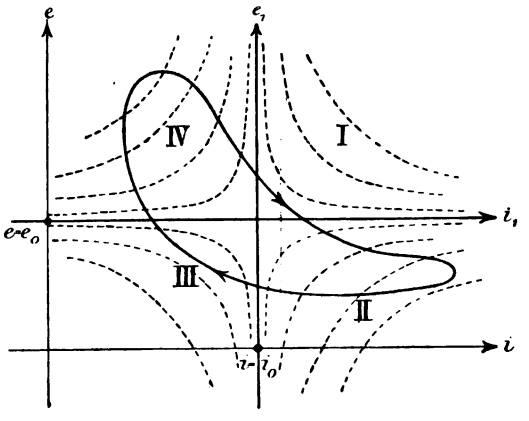


1) W. Kaufmann, Ann. d. Physik 2, 158, 1900. W. Duddell, The Electrician 46, 268 u. 310, 1900. H. Th. Simon, Phys. Zs. 6, 297, 1905 u. 7, 433, 1906.

Digitized by Google

α die konstante Neigung der Charakteristik bedeutet (vergl. Fig. 14). Es ist also $e_0 = a + i_0 \operatorname{tg} \alpha$; $e_1 = i_1 \operatorname{tg} \alpha$. Man kann dann die konstante Größe $\operatorname{tg} \alpha = \frac{e_1}{i_1} = \frac{de}{di}$ als den „Widerstand gegen Stromänderungen" bezeichnen, in Analogie zum Ohmschen Widerstande $\frac{e}{i}$. Für fallende Charakteristik, d. h. α zwischen 90^0 und 180^0, wird $\operatorname{tg} \alpha$ negativ und man setzt dann zweckmäßig die positive Größe $-\operatorname{tg} \alpha = M$. M ist dann der „negative Widerstand gegen Stromänderungen". So wird z. B. die dem Wechselstrom entzogene Energie $\int_0^T e_1 i_1 \, dt = -M \int_0^T i_1^2 \, dt$, während die gleiche Größe bei einem konstanten Ohmschen Widerstande $+W \int_0^T i_1^2 \, dt$ beträgt. Daraus geht hervor: Ein Leiter mit geradliniger, fallender Charakteristik verstärkt jeden durch ihn fließenden Wechselstrom um so mehr, je steiler die Charakteristik abfällt (je größer M ist). Die dem Wechselstrome zugeführte Wattleistung $M i_1^2{}_{eff}$ kann man bestimmen, wenn man außer der Neigung der Charakteristik den Effektivwert des Wechselstromes kennt.

Fig. 15.

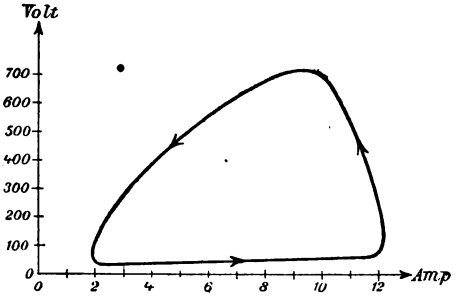


Weicht dagegen die Charakteristik während der Schwingung stärker von einer Geraden ab, so ist sie für Energiebetrachtungen wenig geeignet. Es läßt sich nämlich aus der Charakteristik $e = f(i)$ allein niemals die den Schwingungen zugeführte Energie, der Wert des Integrals $-\int_0^T e_1 i_1 \, dt$ ableiten. Dieses erkennt man am besten aus der Fig. 15, die eine beim selbsttönenden Lichtbogen beobachtete Charakteristik darstellt. Hier ist in das e, i = Koordinatensystem ein neues Achsenkreuz

Digitized by Google

$e_1 i_1$ durch den Punkt $i = i_0$, $e = e_0$ gezogen, so daß in bezug auf dieses die Ordinaten $i_1 = i - i_0$; $e_1 = e - e_0$ die in dem Integral auftretenden Größen i_1 und e_1 darstellen. Um das Integral $\int_0^T e_1 i_1 \, dt$ zu bilden, hat man die Charakteristik in kleine Abschnitte zu zerlegen, für die $e_1 i_1$ als konstant betrachtet werden kann. Der Wert von $e_1 i_1$ hängt davon ab, welche Leitungshyperbel $e_1 i_1 = \text{const.}$ durch den kleinen Abschnitt geht. Zur Bildung des Integrals $\int_0^T e_1 i_1 \, dt$ ist dann jeder Wert $e_1 i_1$ für einen Abschnitt mit dt zu multiplizieren und die Summe aller so erhaltenen Produkte $e_1 i_1 \, dt$ über alle Abschnitte zu bilden. Die Größe dt, d. h. die Zeit, innerhalb welcher der kleine Abschnitt der Charakteristik durchlaufen wird, ist aber aus der Form der Charakteristik in keiner Weise zu erkennen.[1]) Bei dieser Integralbildung ist die Hysteresis, die beim Lichtbogen auftritt, der Umstand, daß die Charakteristik einen Flächenraum einschließt, wie überhaupt die Form der Charakteristik im einzelnen, z. B. ihre Neigung an bestimmten Stellen völlig gleichgültig. So stellt Fig. 16 die oszillographisch aufgenommene Charakteristik eines Wehneltunterbrechers dar, für die sicher $\int_0^T e_1 i_1 \, dt < 0$ ist, da der Unterbrecher ja einen Wechselstrom hervorruft. Man sieht zunächst, daß der Umlaufssinn dem beim Lichtbogen entgegengesetzt ist. Ferner dürfte es schwer sein, aus der Figur zu entscheiden, ob die Charakteristik eine „im Mittel" steigende oder fallende ist.

Fig. 16.



Während also bei geradliniger Charakteristik das bequeme Kriterium der fallenden Charakteristik völlig ausreicht, ist man in allen übrigen Fällen auf die anderweitige Bestimmung des In-

1) Bei Aufnahme der Charakteristik mit der Braunschen Röhre ist ein angenähertes Maß dafür die Helligkeit, mit welcher die Kurve an der betreffenden Stelle hervortritt.

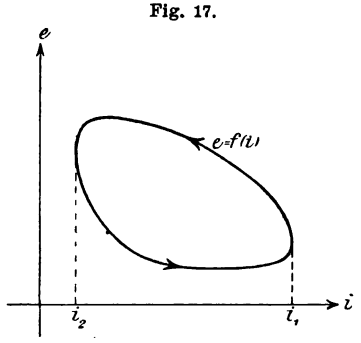
Digitized by Google

tegrals $\int_0^T e_1 i_1 dt$ angewiesen. Wie man dies dynamometrisch oder durch Aufnahme eines Energiediagrammes auswerten kann, wurde § 6 angegeben.

β) Zweierlei Fälle.

§ 21. **Erster Fall.** Bei der Erzeugung eines Wechselstromes durch einen Leiter mit vom Strome abhängiger Klemmenspannung sind zwei Fälle zu unterscheiden. Im ersten Falle ruft der durchfließende Strom direkt eine periodische Erscheinung hervor, im zweiten verstärkt er einen schon vorhandenen Wechselstrom, z. B. die Eigenschwingungen eines aus Selbstinduktion und Kapazität bestehenden Kreises. Für den ersten Fall sind bekannte Beispiele der Wehnelt- oder Simonunterbrecher und der Hörnerblitzableiter. Dieser Fall ist dadurch gekennzeichnet, daß der durch die konstante e.m. Kraft erzeugte Strom keinen konstanten Wert behält, sondern bei einer bestimmten Stärke (i_1 Fig. 17) ein Ansteigen der e.m. Gegenkraft e hervorruft, das den Strom wieder vernichtet oder wenigstens verkleinert (bis i_2 Fig. 17). Dann sinkt die e.m. Gegenkraft wieder, so daß der Strom wieder ansteigt. In der Charakteristikendarstellung bedeutet dies, daß die geschlossene Kurve $e = f(i)$ (Fig. 17) einen Flächeninhalt umschließen muß und dieser entgegengesetzt dem Uhrzeigersinn durchlaufen werden muß. (Vergl. auch die Charakteristik des Wehneltunterbrechers Fig. 16.) Beim Wehnelt- oder Simonunterbrecher besteht das Ansteigen der e.m. Gegenkraft in der plötzlichen Widerstandserhöhung durch die Gasblase, die bei starkem Strome wegen der Wärmeentwicklung oder Elektrolyse auftritt, bei schwachem wieder verschwindet. Beim Hörnerblitzableiter wird das gleiche durch das Emporklettern des Lichtbogens und Neuzünden an der alten Stelle bewirkt. Die Wechselstromerzeugung ist ganz der bei den gewöhnlichen Unterbrechern analog. Daß der durchfließende Strom direkt die Unterbrechung oder Schwächung bewirkt, während er sie z. B. beim Neefschen Hammer erst indirekt durch Vermittlung der schwin-

Fig. 17.



Digitized by Google

genden Feder hervorruft, ist im Prinzip nebensächlich. Es gelten daher auch alle früheren Untersuchungen für diesen Fall. So liefern die Wehnelt- und Simonunterbrecher verhältnismäßig große Schlagweiten, da bei ihnen die Spannung an der Unterbrecherstelle hoch ansteigt. — Da bei diesen Fällen die Periode von leicht veränderlichen Größen (der Zeit des Entstehens und Verschwindens der Gasblase, dem Auslöschen und Wiederanzünden des Lichtbogens) abhängt, erhält man leicht unregelmäßige Erscheinungen. Man kann sie häufig dadurch regelmäßiger machen, daß man ein in Resonanz geratendes System aus Selbstinduktion und Kapazität koppelt. Dies findet bei dem Ruhmerschen Lichtbogenunterbrecher statt.[1]) Bei diesem wird die dem Hörnerblitzableiter analoge Wirkungsweise in verstärktem Maße durch Anwendung eines konstanten Blasemagneten erzielt. Die gekoppelte Eigenschwingung wirkt regulierend auf das Unterbrechen und Zünden ein; der ganze Vorgang wird dadurch dem beim selbsttönenden Lichtbogen zweiter Art geschilderten sehr ähnlich.

§ 22. **Zweiter Fall. Beschreibung.** Der zweite Fall umfaßt diejenigen Erscheinungen, bei denen sehr wohl ein Gleichstrom dauernd bestehen kann, bei denen aber durch die eigentümliche Abhängigkeit der Klemmenspannung vom durchfließenden Strome bewirkt wird, daß ein dem Gleichstrom übergelagerter Wechselstrom i_1 selbsttätig verstärkt wird. Die dazu nötige Bedingung einer „im Mittel" fallenden Charakteristik ist bei veränderlichen Widerständen bis jetzt nur bei Gasentladungen, speziell am Lichtbogen, und beim Nernststift in gewissen Gebieten beobachtet worden. Bei positiven e.m. Kräften ist die Hauptschlußdynamomaschine ein Beispiel. Bei galvanischen Elementen ist noch kein Fall bekannt. Meist sinkt im Gegenteil die positive e.m. Kraft, d. h. es steigt die e.m. Gegenkraft bei größerer Stromentnahme wegen des inneren Widerstandes. — Daß der Lichtbogen einen durchfließenden Wechselstrom verstärkt, dürfte wesentlich mit zu der überraschenden Lautstärke beim sprechenden Lichtbogen beitragen. Simon[2]) fand, daß der Ton immer am lautesten kurz vor dem Verlöschen des Lichtbogens wurde, was vollkommen damit in Einklang steht, daß gerade das Verlöschen ein Zeichen dafür ist,

1) E. Ruhmer, E. T. Z. **26**, 382—383, 1905.
2) H. Th. Simon, Phys. Zs. **3**, 281, 1901.

Digitized by Google

daß die Charakteristik stark abfällt, also der Wechselstrom stark verstärkt wird.

Nur ein besonderer Fall der Verstärkung eines Wechselstromes ist die dauernde Erregung einer elektrischen Eigenschwingung. Eine solche ist dadurch gekennzeichnet, daß abwechselnd eine Umwandlung von elektrostatischer Energie $C\frac{e^2}{2}$ in elektromagnetische Energie $L\frac{i^2}{2}$ und umgekehrt stattfindet, derart, daß die Summe $L\frac{i^2}{2} + C\frac{e^2}{2}$ während der Schwingung dauernd konstant bleibt. Eine Eigenschwingung repräsentiert also einen dauernden Vorrat an Wechselstromenergie. Wird dieser vergrößert, so wächst die Schwingungsamplitude, wird er verkleinert, so nimmt sie ab. Dauernde Schwingungen konstanter Amplitude erhält man also dann, wenn man den Schwingungen pro Periode ebensoviel Energie zuführt, als ihnen durch die stets vorhandene Dämpfung im gesamten Stromsystem entzogen wird.

§ 23. **Dynamische Charakteristik.** Die dem Wechselstrom i_1 pro Periode zugeführte Energie $U_1 = -\int_0^T e\, i_1\, dt$ läßt sich bei gegebenem Gleichstrom i_0 und Wechselstrom i_1 und bekannter Abhängigkeit $e = f(i)$ in jedem Falle berechnen. Eine Schwierigkeit entsteht aber dadurch, daß die Klemmenspannung e im allgemeinen nicht nur von dem momentanen Werte des durchfließenden Stromes i abhängt, sondern auch durch die vorhergehenden Zustände beeinflußt wird. Bei der Hauptschlußdynamomaschine wird man z. B. wegen der Hysteresis im Eisen der Feldmagnete bei gleichem Strome i eine etwas andere Klemmenspannung e erhalten, je nachdem man von kleineren Werten ansteigend oder von größeren Werten herabkommend den Wert i erreicht hat. Beim Lichtbogen hängt die Klemmenspannung wesentlich von der Temperatur der Elektroden ab. Die Erwärmung und Abkühlung braucht aber immer eine gewisse Zeit; sie folgt nicht momentan den Stromschwankungen. Nach Simon[1]) unterscheidet man daher die statische Charakteristik, die Charakteristik für Gleichstrom verschiedener Stärke und die dynamische Charakteristik, die die Beziehung

1) H. Th. Simon, Phys. Zs. 6, 297, 1905.

Digitized by Google

$e = f(i)$ während schneller Stromschwankungen angibt. Gemäß der von Simon gegebenen Theorie kann man beim Lichtbogen die dynamische Charakteristik aus der statischen für jede Schwingung ableiten. Bei der dynamischen Charakteristik tritt ganz analog den Vorgängen im Eisen die sogenannte Lichtbogenhysteresis auf. Die Abweichungen zwischen beiden Charakteristiken werden um so größer, je schneller die Schwingungen sind, und zwar bekommt die dynamische Charakteristik mehr und mehr steigende Tendenz. Daher kommt es, daß der Lichtbogen oft langsamen Schwingungen Energie zuführt, schnellen dagegen nicht. Eine derartige von der Form und Frequenz der Schwingungen abhängige Charakteristik macht einen allgemeinen mathematischen Ansatz unmöglich, da ja umgekehrt die Form und bei Eigenschwingungen auch die Frequenz der Schwingungen wesentlich mit von der Charakteristik abhängt. Für die folgende Untersuchung sei daher eine fest gegebene, von den Schwingungen ganz unabhängige Charakteristik angenommen und an dieser gleichsam als Schema die wichtigsten Erscheinungen abgeleitet. Beim Lichtbogen ist dann später im speziellen untersucht, wie weit die dynamischen Eigenschaften eine Änderung bedingen.

γ) Stabilität.

γ_1) Gleichstromstabilität.

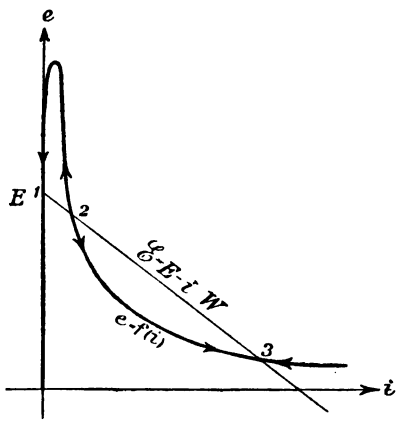
Bei einem Leiter mit vom Strome i abhängiger Klemmenspannung e können, wie Kaufmann[1]) gezeigt hat, eigentümliche, den labilen Zuständen der Mechanik analoge Erscheinungen auftreten. Eine kleine Stromänderung bewirkt nämlich gemäß der Abhängigkeit $e = f(i)$ eine Änderung der e.m. Gegenkraft e. Diese bedingt aber wieder eine Änderung des Stromes i, dies wieder eine Änderung von e usw. Eine beliebig kleine ursprüngliche Stromänderung kann dadurch selbsttätig eine völlige Änderung des Zustandes herbeiführen. Es ist nötig, auf diese Stabilitätsfragen etwas näher einzugehen und dabei auch den übergelagerten Gleichstrom zu berücksichtigen. Dieser spielt nämlich im allgemeinen eine wichtige Rolle, da die Charakteristik an verschiedenen Stellen, d. h. für verschiedene Gleichstromstärken, auch verschiedene „mittlere Neigungen“ hat, die Schwingungen also in verschiedenem Grade verstärkt werden.

1) W. Kaufmann, Göttinger Nachrichten 1899, 243. Ann. d. Physik 2, 158, 1900.

Digitized by Google

§ 24. **Kriterium von Kaufmann.** Kaufmann[1]) hat theoretisch und experimentell gezeigt, daß in einem unverzweigten Stromkreise mit dem konstanten Widerstande W, dem Leiter mit der festen Charakteristik $e = f(i)$ und einer konstanten e.m. Kraft E ein Gleichstrom nur dann im stabilen Gleichgewicht ist, d. h. bei einer kleinen Änderung der Stromstärke von selbst auf die alte Stärke zurückkehrt, wenn die Bedingung $\frac{de}{di} + W > 0$ erfüllt ist. Auch hat er folgende graphische Veranschaulichung dafür gegeben. Beim Fließen eines Gleichstromes bestimmt sich der Strom i durch die Gleichung $E = iW + e$ oder $E - iW = e$. Da $e = f(i)$ als charakteristische Kurve gegeben ist, findet man alle möglichen Lösungen dieser Gleichung dadurch, daß man die Schnittpunkte der Kurve $e = f(i)$ mit der „Widerstandslinie" $\mathfrak{E} = E - iW$ aufsucht. In Fig. 18 ist dies schematisch für eine Lichtbogencharakteristik ausgeführt. Man erhält hier drei Schnittpunkte. Punkt 1 stellt den Fall dar, daß der Lichtbogen erloschen ist, der Strom ist Null, die Klemmenspannung $e = E$. Punkt 2 und 3 stellen den brennenden Lichtbogen dar. Beachtet man, daß $W = -\frac{d\mathfrak{E}}{di}$ die Neigung der Widerstandslinie, $-\frac{de}{di}$ die Neigung der Charakteristik an dem betreffenden Punkte darstellt, so besagt das Kriterium $\frac{de}{di} + W > 0$ oder $W > -\frac{de}{di}$. Der Gleichstromzustand ist stabil, wenn die Widerstandslinie an dem betreffenden Schnittpunkte stärker geneigt ist als die Charakteristik, sonst ist er labil. In Fig. 18 sind also die Punkte 1 und 3 stabil, der Punkt 2 dagegen labil.

Fig. 18.



Was dies physikalisch bedeutet, kann man sich in folgender Weise veranschaulichen.[2]) Bei veränderlichem Strome i tritt zu

1) l. c.

2) Ähnlich H. Th. Simon, Phys. Zs. 6, 299, 1905.

Digitized by Google

den obigen Kräften noch die gegenelektromotorische Trägheitskraft $L\frac{di}{dt}$ hinzu, die sich einer Änderung des Stromes widersetzt. Das Kräftegleichgewicht lautet dann $E = iW + e + L\frac{di}{dt}$, was man auch schreiben kann $\mathfrak{E} - e = L\frac{di}{dt}$. Dies bedeutet in bezug auf Fig. 18, daß die Differenz der Ordinaten $\mathfrak{E} - e$ die resultierende e.m. Kraft darstellt, die eine Veränderung der Stromstärke herbeiführt, genau wie eine resultierende mechanische Kraft eine Beschleunigung $m\frac{dv}{dt}$ hervorruft. Außerhalb der drei Schnittpunkte kann daher kein konstanter Strom bestehen, da hier $\mathfrak{E} - e$ nicht Null ist, der Strom also „beschleunigt" oder „verzögert" wird. Zwischen 2 und 3 ist $\mathfrak{E} - e$ positiv, es wird daher auch $\frac{di}{dt}$ positiv, d. h. es tritt ein Anschwellen des Stromes ein (durch einen Pfeil in Fig. 18 angedeutet), bis der Punkt 3 erreicht ist. Für diesen ist $\mathfrak{E} - e = L\frac{di}{dt} = 0$, der Strom behält hier also seine konstante Stärke. Zwischen 1 und 2 ist $\mathfrak{E} - e = L\frac{di}{dt}$ negativ, d. h. der Strom nimmt ab bis zum Punkt 1, und zwar wird dies Abnehmen sehr schnell erfolgen, da $\mathfrak{E} - e$ große negative Werte annimmt. Herrschte also eine Stromstärke i_2, so würde der Strom bei der geringsten Störung entweder bis i_3 anwachsen, oder bis i_1 abnehmen, und das ist es, was man als Labilität des Stromes i_2 bezeichnet.

§ 25. **Erweiterungen.** Man erkennt aus der graphischen Darstellung ohne weiteres, daß auf einen stabilen Punkt immer ein labiler folgen muß, und umgekehrt. Das Kriterium $\frac{de}{di} + W > 0$ ist daher nur bei kleinen Stromschwankungen hinreichend, die nicht über den nächsten labilen Punkt hinausgehen. Würde der Strom, dessen ursprünglicher dauernder Wert i_3 sei, durch irgendwelche Ursachen kleiner als i_2, so würde er nicht mehr auf seine Stärke i_3 zurückkehren, sondern weiter abnehmen bis zum Verlöschen (Punkt 1). Es kann also ein Punkt sehr wohl stabil gegen kleine Stromschwankungen sein, bei größeren Störungen dagegen labil werden.[1]) Für endliche Stromschwankungen ist das

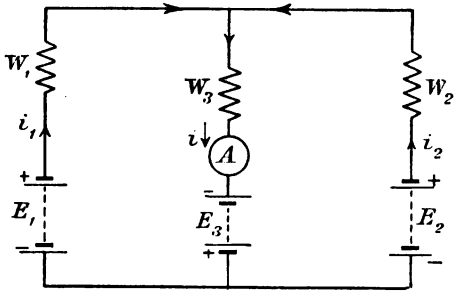
1) Vergl. H. Th. Simon, l. c. S. 300.

Digitized by Google

Kriterium der Stabilität, daß die Stromänderung i_1 stets so klein bleiben muß, daß $\frac{e_1}{i_1} W + > 0$ bleibt. Das bedeutet nämlich, daß die Stromschwankungen den nächsten labilen Schnittpunkt nicht erreichen.

Alle diese Betrachtungen lassen sich auch auf ein beliebig verzweigtes Stromsystem übertragen. Es ist dabei nur für das E der Widerstandslinie die Spannung zu setzen, die vom System aus am veränderlichen Leiter A anliegt, wenn kein Strom durch A fließt, der Strom z. B. zu beiden Seiten von A unterbrochen wird. Als W der Widerstandslinie ist der Widerstand zu nehmen, den das gesamte Stromsystem einer an Stelle von A eingeschalteten konstanten e.m. Kraft entgegensetzen würde, wenn alle übrigen konstanten e.m. Kräfte gleich Null wären. In dem in Fig. 19 gezeichneten Fall ist z. B. $E = E_1 - i_1 \cdot W_1 + E_3 = E_2 - i_2 \cdot W_2 + E_3$. Für $i = 0$ wird $i_1 = -i_2 = \frac{E_1 - E_2}{W_1 + W_2}$, daher $E = \frac{E_1 \cdot W_2 + E_2 \cdot W_1}{W_1 + W_2} + E_3$. Der Widerstand W ist gleich W_3 plus dem Widerstand der Verzweigung. Also $W = W_3 + \frac{W_1 \cdot W_2}{W_1 + W_2}$. Die Gleichartigkeit mit dem unverzweigten Stromkreise beruht darauf, daß hier wie dort die Widerstandslinie $\mathfrak{E} = E - i W$ die Spannung $\mathfrak{E}$ liefert, die als e.m. Gegenkraft an Stelle von A eingeschaltet werden muß, wenn durch A der Strom i geht und Gleichgewicht bestehen soll. Daß dies für $i = 0$ also $\mathfrak{E} = E$ erfüllt ist, geht aus der Wahl von E direkt hervor. Daß es aber auch für beliebiges i erfüllt ist, zeigt folgende Überlegung. Für $i = 0$ und $\mathfrak{E} = E$ ist ein stationärer Gleichstromzustand möglich, d. h. es halten sich alle e.m. Kräfte und Gegenkräfte gerade das Gleichgewicht. Man kann sie daher sämtlich außer acht lassen, wenn man ihre Änderungen als Zusatzkräfte in Rechnung setzt. Wird jetzt in A an Stelle von E eine kleinere Gegenkraft $\mathfrak{E}$ eingeschaltet, so bedeutet dies eine positive e.m. Zusatzkraft $E - \mathfrak{E}$.

Fig. 19.



Digitized by Google

Diese ruft statt $i = 0$ einen Zusatzstrom i hervor, der sich über das ganze Stromsystem verteilt. Gemäß der Wahl von W herrscht wieder Gleichgewicht, wenn $E - \mathfrak{E} = iW$ oder $\mathfrak{E} = E - iW$ ist, was zu beweisen war. Befindet sich daher an der Stelle A ein Leiter mit der gegenelektromotorischen Klemmenspannung $e = f(i)$, so kann nur für solche Stromstärken Gleichgewicht bestehen, für die e gleich der zum Gleichgewicht nötigen e.m. Gegenkraft $\mathfrak{E}$ ist, d. h. für $e = \mathfrak{E} = E - iW$. Da diese Gleichung genau dieselbe wie beim unverzweigten Stromkreise ist, läßt sie sich auch in genau derselben Weise diskutieren. So lautet auch hier die Bedingung der Stabilität $\frac{de}{di} + W > 0$ bei kleinen Störungen, $\frac{e_1}{i_1} + W > 0$ bei endlichen Störungen.

Auf die stabile Gleichstromlage, in die sich der Strom einstellt, haben Induktionen und Kapazitäten keinen Einfluß. Die ersteren bestimmen nur die Geschwindigkeit, mit der der Strom aus einer anderen Lage der stabilen zustrebt, ändern. aber an der Stabilität einer Lage nichts. Die Zweige mit Kapazität kommen aber für diese Untersuchungen gar nicht in Betracht, da sie keinen dauernden Gleichstrom durchlassen, also auch keine Änderung in der Gleichstromverteilung herbeiführen können.

Es wurde S. 46 bemerkt, daß man bei geradliniger Charakteristik $\frac{de}{di} = \frac{e_1}{i_1}$ als einen konstanten Widerstand gegen Stromänderungen auffassen kann, der bei fallender Charakteristik negativ ist. Bei krummliniger Charakteristik kann man ebenso $\frac{e_1}{i_1}$ als Widerstand gegen Stromänderungen bezeichnen. Nur bleibt der Widerstand dann nicht konstant. Die Stabilitätsbedingung $\frac{e_1}{i_1} + W > 0$ erhält dann die anschauliche Form: *Eine Gleichstromlage ist stabil, solange der gesamte Widerstand gegen eine Änderung der Gleichstromlage im System positiv bleibt.*

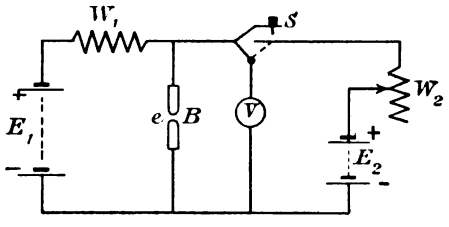
Es sei ausdrücklich bemerkt, daß $\frac{e_1}{i_1}$, das nur für kleine Änderungen mit $\frac{de}{di}$ identisch wird, nichts mit dem wirklichen Ohmschen Widerstande zu tun hat. Im labilen Gleichgewicht, bei negativem Gesamtwiderstande gegen Stromänderungen kann die Änderung ebenso-

Digitized by Google

gut in der einen wie in der anderen Richtung erfolgen, der Gesamtstrom also ebensogut abnehmen wie anwachsen.

Aus obigem Satze folgt, *daß man niemals einen unverzweigten oder verzweigten Stromkreis mit negativem Gesamtwiderstande herstellen kann, wenn durch alle Zweige ein Gleichstrom fließen kann, also keine Kapazitäten vorhanden sind.* Es würde nämlich sofort eine Änderung in der Stärke des Gleichstromes eintreten, und diese sich auf eine andere Stelle der Charakteristik einstellen, für die der Gesamtwiderstand positiv ist. — Dies habe ich auf folgende Weise experimentell bestätigt. Ein Lichtbogen B (Fig. 20) aus Homogenkohlen wird mit hoher Spannung E_1 (220 Volt) und großem Vorschaltwiderstande W_1 zum ruhigen Brennen gebracht. Ein Voltmeter V zeigt die Klemmenspannung e am Lichtbogen an. Parallel zum Lichtbogen wird eine Batterie E_2 geschaltet von der Größe, daß genau $E_2 = e$ ist, also wie beim Kompensationsverfahren das Schließen des Schlüssels S nichts an der Stromverteilung ändert. Solange das veränderliche W_2 nicht unter eine bestimmte Grenze verkleinert wird, brennt der Lichtbogen genau so weiter, einerlei ob man S öffnet oder schließt. Beim weiteren Verkleinern von W_2 erlischt dagegen der Lichtbogen beim Einschalten von S. Die aus der Theorie folgende Bedingung für die untere Grenze von W_2: $\frac{de}{di} + \frac{W_1 \cdot W_2}{W_1 + W_2} = 0$ (vergl. S. 54) fand sich innerhalb der Beobachtungsfehler gut bestätigt. Für $\frac{de}{di}$ wurden die Werte aus den Ayrtonschen Figuren[1]) entnommen.

Fig. 20.



§ 26. **Übergelagerter Wechselstrom.** Wird durch einen von außen veränderten Wechselwiderstand im System dem Gleichstrom ein Wechselstrom übergelagert, so sind die Verhältnisse nur einfach, solange man die Charakteristik als geradlinig betrachten

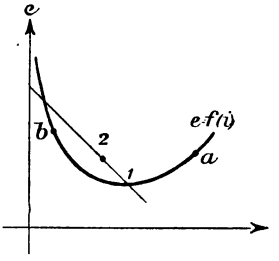
1) Mrs. Ayrton: The Electric Arc p. 120.

Digitized by Google

darf. Wegen der dann herrschenden linearen Abhängigkeit $e = a + \left(\frac{de}{di}\right)_0 i$ ist die Unabhängigkeit zwischen Gleichstrom und Wechselstrom auch hier noch gewahrt, d. h. die einmal eingenommene stabile Gleichstromlage wird durch den Wechselstrom nicht beeinflußt. Der Wechselstrom wird bei fallender Charakteristik verstärkt. Da aber der Gesamtwiderstand in allen Kreisen stets positiv ist, so ist die Verstärkung stets kleiner als die Schwächung in den notwendig vorhandenen Ohmschen Widerständen, d. h. man kann durch einen negativen Widerstand eine vorhandene Widerstandsdämpfung wohl aufheben, aber nicht darüber hinaus dem Wechselstrom Energie zuführen. Voraussetzung ist dabei, daß der Wechselstrom in denselben Kreisen wie der Gleichstrom verläuft, daß keine Kapazitätszweige vorhanden sind, die dem Wechselstrom Wege bieten, die für den Gleichstrom unpassierbar sind. In die Gleichstromzweige eingeschaltete Selbstinduktionen ändern dagegen nichts, da sie nur den Wechselstrom von den betreffenden Zweigen abdrosseln, wodurch der positive Widerstand erhöht wird.

Ist die Charakteristik in dem betrachteten Gebiete nicht mehr als geradlinig zu betrachten, so tritt wegen der jetzt zu berücksichtigenden quadratischen und höheren Glieder eine Verzerrung der Wechselstromform ein. Auch wird dann im allgemeinen die Gleichstromlage durch den Wechselstrom beeinflußt. Für diese ist die mittlere Spannung während der Schwingung maßgebend. Wird z. B. über die ursprüngliche Gleichstromlage 1 (Fig. 21) eine Schwingung übergelagert, die bis a, b reicht, so wird die mittlere Spannung sicher höher, so daß sich der Gleichstrom etwa auf Punkt 2 einstellt. Werden die Schwingungen so groß, daß die maximale resp. minimale Stromamplitude i_a resp. i_b in das labile Gleichstromgebiet fällt, so kann ein Überspringen auf die nächste Gleichstromlage stattfinden. Es ist dies aber nicht nötig, da die jetzt hinzutretende, den Wechselstrom erzeugende Wechselspannung dies verhindern kann. Was von beiden eintritt, hängt von der Frequenz der Wechselspannung, der genaueren Form der Cha-

Fig. 21.



Digitized by Google

rakteristik und vielem anderen ab. Eine allgemeine Untersuchung würde dadurch so unübersichtlich, daß sie kaum praktischen Wert hätte.

γ_2) Schwingungsstabilität.

§ 27. **Bedeutung der Kapazität.** Sind in einem Stromsysteme auch Zweige mit Kapazitäten vorhanden, so ändern diese zwar nichts an der Gleichstromstabilität, aber die daraus für einen sich superponierenden Wechselstrom gezogenen Schlüsse sind nicht mehr gültig, da diesem durch die Kapazitäten auch andere Wege offen stehen. Beispielsweise kann man den Einfluß eines Ohmschen Widerstandes dadurch beseitigen, daß man ihm eine große Kapazität parallel schaltet, die den Wechselstrom ungehindert durchgehen läßt. *Es lassen sich daher mit Kapazitäten auch Stromkreise mit „negativem Gesamtwiderstand gegen Schwingungen" herstellen.*

Hierbei tritt aber eine neue Erscheinung auf. Bekanntlich verleiht eine Kapazität einem Stromsysteme die Möglichkeit von Eigenschwingungen. Diese werden, wie S. 50 ausgeführt, dauernd anwachsen, solange ihnen mehr Energie zugeführt als durch die Dämpfung entzogen wird. Dies findet aber in Stromkreisen mit „negativem Gesamtwiderstand" statt. Man muß daher bei Vorhandensein von Kapazitäten zweierlei Arten von Stabilität unterscheiden:

1. Die Stabilität gegen Verschiebung der Gleichstromlage.
2. Die Stabilität gegen Schwingungen, die bestimmt, ob um die Gleichstromlage herum dauernde Schwingungen entstehen oder nicht.

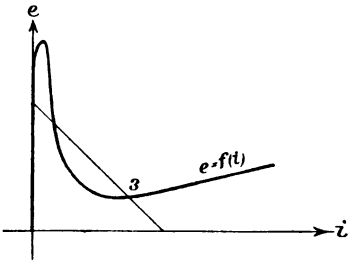
Beide unterscheiden sich wesentlich und sind ganz getrennt voneinander zu untersuchen. Für die Stabilität erster Art kommen nur die Gleichstromzweige und nur deren Ohmsche Widerstände in Betracht. Eine Lage ist stabil, solange bei einer Veränderung des Gleichstroms Kräfte auftreten, die diese Veränderung rückgängig machen. Bei der Stabilität gegen Schwingungen dagegen ist dies Kriterium völlig unzureichend. Die in der Kapazität auftretenden rücktreibenden Kräfte sind im Gegenteil gerade die Vorbedingung für die Labilität gegen Schwingungen. Vermindert man diese, indem man ihnen etwa durch einen Nebenschluß zur Kapazität einen anderen Ausgleich gewährt, so wird die Lage dadurch gegen Schwingungen stabiler. (Vergl. später S. 64.) Für die Stabilität gegen Schwingungen ist entscheidend, ob die den

Digitized by Google

Schwingungen während einer ganzen Periode zugeführte Energie größer ist als die durch die Dämpfung entzogene oder nicht. Im ersteren Falle ist die Lage labil, im anderen stabil. Bei Labilität entstehen von selbst Schwingungen, die so lange anwachsen, bis die zugeführte und entzogene Energie gleich groß werden.

Wie bei der Gleichstromstabilität S. 53 besprochen, kann eine Lage auch bei Schwingungen stabil gegen kleine Schwingungen sein, dagegen labil bei größeren Schwingungen werden. Das trifft z. B. in dem in Fig. 22 skizzierten Falle (Dochtkohle- oder Metalllichtbogen) zu. Der Gleichstrom wird durch die Ohmschen Widerstände auf dem Punkte 3 gehalten. Für den Wechselstrom seien die Widerstände durch parallel geschaltete große Kapazitäten überbrückt oder der Wechselstrom werde durch große Drosselspulen von den Zweigen mit größeren Widerständen abgeschirmt, so daß die gesamte Dämpfung für den Wechselstrom eine sehr kleine sei. Kleinere Schwingungen um Punkt 3 werden dann sicher gedämpft, da die Charakteristik im Punkt 3 ansteigt. Größere Schwingungen dagegen, die in das Gebiet der fallenden Charakteristik übergreifen, werden verstärkt werden, besonders da sich in dem gezeichneten Falle auch die Gleichstromlage bei größeren Schwingungen nach links verschiebt (vergl. S. 57). Es bedarf also in diesem Falle eines stärkeren Anstoßes, um die Schwingungen in Gang zu bringen, wie man ein ruhendes Uhrpendel erst anstoßen muß, damit es dauernd in Schwingungen bleibt. Auch bei diesem findet die Verstärkung durch den Antriebsmechanismus erst bei größeren Ausschlägen statt, so daß kleine Schwingungen gedämpft werden und sehr bald zur Ruhe kommen.

Fig. 22.



§ 28. **Kriterium für Stabilität.** Das Kriterium für die Stabilität gegen Schwingungen läßt sich wie das der Gleichstromstabilität dahin aussprechen, daß eine Lage stabil ist, solange der „mittlere Gesamtwiderstand“ gegen die im System mögliche Eigenschwingung positiv ist. Für kleine Schwingungen, solange man die Charakteristik als geradlinig betrachten

Digitized by Google

darf, ist $-\frac{de}{di} = M$ der konstante „negative Widerstand" für die Schwingungen. Bei krummliniger Charakteristik ist aber $M = -\frac{e_1}{i_1}$ veränderlich. — Der positive Widerstand bestimmt sich durch die Dämpfung der Schwingungen im gesamten Systeme. Er hängt außer von den Ohmschen Widerständen wesentlich mit von Selbstinduktionen, gegenseitigen Induktionen und Kapazitäten ab, die die Verteilung des Wechselstromes auf die verschiedenen Zweige bedingen. Dazu kommt, daß bei mehreren Kapazitäten oder Selbstinduktionen das Stromsystem mehrere Eigenschwingungen besitzt, die sich gegenseitig stören, wenn die Abhängigkeit $e = f(i)$ nicht linear ist. Nur in einfachen Fällen läßt sich daher ein ausführliches Kriterium geben, z. B. in dem einfachsten Fall, daß nur ein Stromkreis mit Kapazität vorhanden ist. Dieser Fall wurde schon bei der Hauptschlußdynamomaschine behandelt. Der positive Widerstand W ist einfach der Ohmsche Widerstand des einzigen Kreises, der negative Widerstand M ließ sich dort auch leicht bestimmen. Die Bedingung der Stabilität gegen Schwingungen ist $W > M$, wie auch S. 37 ausgeführt wurde. Die Gleichstromlage $i = 0$ kann sich wegen der in der Kapazität auftretenden rücktreibenden Kräfte nicht verschieben.

δ) Beispiel.

§ 29. **Allgemeine Gleichungen.** Zum Schlusse sei ein Beispiel behandelt, das auch wegen seiner praktischen Bedeutung einer genaueren Untersuchung wert ist. Die Schaltung ist die in Fig. 23 skizzierte. Die konstante e.m. Kraft E im Zweige a treibt durch den variablen Widerstand A (Lichtbogen) im Zweige b einen Strom. Parallel zu A ist ein Zweig c mit Kapazität geschaltet. Dieser Fall ist auf seine Stabilität schon von Kaufmann[1]) untersucht. Die Methode von Kaufmann besteht darin, daß er aus den Bedingungsgleichungen alle Ströme außer i eliminiert und so eine Differentialgleichung für i allein erhält, durch die dann der Verlauf von i, also auch die Frage nach der Stabilität einer Gleichstromlösung bestimmt ist. Kaufmann setzt bei seiner Rechnung die Größen W, W_1, L_0, L_1 gleich Null. Um die Bedeutung dieser Vernachlässigung hervortreten zu lassen, sei die allgemeine

1) W. Kaufmann, Ann. d. Physik 2, 158, 1900. Der selbsttönende Lichtbogen war damals noch nicht bekannt.

Digitized by Google

Ableitung hier gegeben. Die die Stromverteilung bestimmenden Differentialgleichungen sind folgende:

$$\text{Kreis } a+b: E - J_0 W_0 - L_0 \frac{dJ_0}{dt} = e + iW + L\frac{di}{dt} \quad (1)$$

$$\text{Kreis } c+b: -\left(J_1 W_1 + L_1 \frac{dJ_1}{dt} + \frac{1}{C}\int^t J_1\, dt\right) = e + iW + L\frac{di}{dt} \quad (2)$$

$$i = J_0 + J_1. \quad (3)$$

e, die Spannung an A, ist als gegebene Funktion des Stromes i aufzufassen, so daß

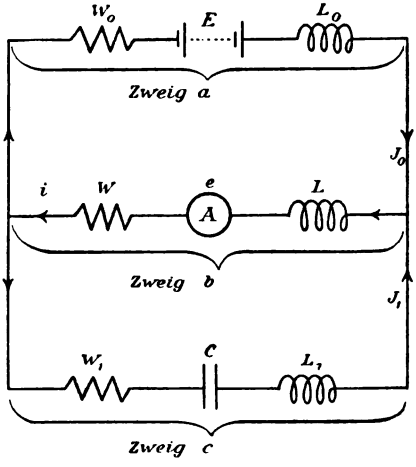
$$\frac{de}{dt} = \frac{de}{di}\cdot\frac{di}{dt}$$

ist. Eliminiert man aus (1) und (3) J_0, so erhält man die Gleichung

$$E + J_1 W_0 + L_0 \frac{dJ_1}{dt} = e + i\,(W + W_0) + (L + L_0)\frac{di}{dt}. \quad (4)$$

Die beiden Gleichungen (2) und (4) enthalten dann nur noch die Ströme i und J_1. Um hieraus eine Gleichung für i allein zu erhalten, muß man die drei Größen J_1, $\frac{dJ_1}{dt}$, $\int^t J_1\, dt$ aus (2) und (4) eliminieren. Dazu muß man sich durch Differentiation neue Gleichungen bilden und erhält dann für i allein eine Differentialgleichung 4. Ordnung mit ziemlich komplizierten Koeffizienten. Es kommt z. B. außer $\frac{de}{di}$ auch noch die Größe $\frac{d^2e}{di^2}$ vor. Dies entspricht ganz der physikalischen Tatsache, daß der Strom in dem Kreise $a+c$ einerseits, in dem Kreise $b+c$ andererseits ein schwingungsfähiges System hat. Es ist klar, daß die Verhältnisse in einem solchen Systeme nicht durch eine einfache Differentialgleichung 2. Ordnung dargestellt sein können, die nur Schwingungserscheinungen einer einzigen Periode zuläßt. Wenn man aber L_0 und L_1 gleich 0 setzt, so enthält der Kreis $a+c$ keine Selbstinduktion mehr, ist also auch nicht mehr schwingungsfähig. Das

Fig. 23.



Digitized by Google

System besitzt dann nur eine Eigenschwingung und demgemäß läßt sich i auch durch eine Differentialgleichung 2. Ordnung ausdrücken. Eliminiert man in diesem Falle aus (2) und (4) J_1, so erhält man eine Gleichung (5), die außer von i abhängigen Gliedern nur noch $\int^t J_1\, dt$ enthält. Die Glieder mit $\frac{dJ_1}{dt}$ fallen bei Nullsetzen von L_0 und L_1 fort. Man kann dann schließlich durch Differentiation von (5) nach t im Verein mit (4) J_1 ganz eliminieren und erhält für i die Gleichung

$$(6)\quad L\frac{d^2i}{dt^2}+\left[\frac{de}{di}+W+\frac{W_0W_1}{W_0+W_1}+\frac{L}{C(W_0+W_1)}\right]\frac{di}{dt}+ \\ +\frac{i(W_0+W)+e-E}{C(W_0+W_1)}=0.$$

Durch diese Gleichung ist bei gegebenen Anfangsbedingungen der zeitliche Verlauf des Stromes i eindeutig bestimmt.

§ 30. **Diskussion.** Es werde zunächst nach den möglichen Gleichstromlösungen gesucht. Für diese sind $\frac{di}{dt}$ und $\frac{d^2i}{dt^2}$ gleich 0 zu setzen. Dann ergibt sich die Gleichung $E-i(W+W_0)=e$. Dies ist dieselbe Gleichung, wie für einen unverzweigten Stromkreis mit dem Vorschaltwiderstande $W+W_0$, der konstanten e.m. Kraft E und dem veränderlichen Widerstande mit der Charakteristik $e=f(i)$, die oben eingehend diskutiert wurde. Der Strom stellt sich auf eine bestimmte Gleichstromlösung ein, deren Stabilität durch die Bedingung:

$$(I)\qquad \frac{de}{di}+(W+W_0)>0$$

charakterisiert ist. Diese Stabilitätsbedingung gilt für den durch Kreis $a+b$ fließenden Gleichstrom. Man sieht, Induktionen und der ganze Zweig c mit der Kapazität kommen für diese Stabilität erster Art nicht in Betracht; ihre Größen gehen in die Bedingung nicht ein. Diese würde sich auch nicht ändern, wenn L_0 und L_1 nicht vernachlässigt wären.

Um zweitens zu untersuchen, ob um die Gleichstromlage Schwingungen entstehen, zerlege man i in den Gleichstrom i_0 und den Wechselstrom i_1, ebenso die Spannung $e=e_0+e_1$, wobei gelte $e_0=E-i_0(W+W_0)$. Dann geht Gleichung (6) über in

Digitized by Google

$$L\frac{d^2i_1}{dt^2}+\left[\frac{de}{di}+W+\frac{W_0W_1}{W_0+W_1}+\frac{L}{C(W_0+W_1)}\right]\frac{di_1}{t}+ \\ +\left(\frac{\frac{e_1}{i_1}+W_0+W}{C(W_0+W_1)}\right)i_1=0. \qquad 7)$$

Solange die Charakteristik als geradlinig zu betrachten ist, was für kleine Schwingungen immer gestattet ist, ist $\frac{de}{di}=\frac{e_1}{i_1}$ konstant. Gleichung (7) ist dann eine Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten. Vergleicht man sie mit der gewöhnlichen Schwingungsgleichung eines aus Kapazität C', Selbstinduktion L' und Widerstand W' bestehenden Kreises:

$$L'\frac{d^2i}{dt}+W'\frac{di}{dt}+\frac{1}{C'}i=0,$$

so sieht man: *Für kleine Schwingungen um eine Gleichgewichtslage ist das Stromsystem Fig. 23 bei L_0 und $L_1=0$ äquivalent einem Stromkreise mit der Selbstinduktion $L'=L$, der Kapazität* $C'=C\frac{W_0+W_1}{\frac{e_1}{i_1}+W_0+W}$ *und dem Gesamtwiderstande*

$$W'=\frac{de}{di}+W+\frac{W_0W_1}{W_0+W_1}+\frac{L}{C(W_0+W_1)}.$$

Es können Sinusschwingungen von der Frequenz

$$\omega=\sqrt{\frac{1}{L'C'}-\left(\frac{W'}{2L'}\right)^2}$$

bestehen. Diese werden gedämpft, wenn W' positiv ist, sie schwellen an, wenn W' negativ ist. Die Bedingung für Stabilität gegen kleine Schwingungen, daß der Gesamtwiderstand positiv ist, lautet demnach für L_0 und $L_1=0$

$$\frac{de}{di}+W+\frac{W_0W_1}{W_0+W_1}+\frac{L}{C(W_0+W_1)}>0. \qquad \text{(II)}$$

Die Kaufmannschen Bedingungen für die Stabilität, die man durch Nullsetzen von W_1 und W erhält, lauten:

(I) $\frac{de}{di}+W_0>0.$ (II) $\frac{de}{di}+\frac{L}{CW_0}>0.$

Sie müssen zunächst sehr befremden, indem man nach der ersten Bedingung durch Vergrößern von W_0, nach der zweiten Be-

Digitized by Google

dingung durch Verkleinern von W_0 den Zustand stabiler machen kann. Besonders letzteres muß auffallen, da ein kleineres W_0 die Kräfte, die den Strom in seine Ruhelage zurücktreiben, verringert. Dadurch, daß (II) die Bedingung der Stabilität gegen Schwingungen darstellt, klärt sich der Widerspruch auf. Die Spannungserhöhung an der Kapazität bildet beim Rückgang der Schwingung gerade die notwendige rücktreibende Kraft. Wenn sich bei kleinem W_0 die Spannung an der Kapazität durch Zweig a ausgleicht, so können keine Schwingungen entstehen, der Zustand wird gegen Schwingungen stabiler. — Die äquivalente Kapazität

$$C' = C\left(\frac{W_0 + W_1}{\frac{e_1}{i_1} + W_0 + W}\right)$$

ist nur positiv, d. h. es treten nur Schwingungen ein, wenn $\frac{e_1}{i_1} + W_0 + W > 0$ ist, wenn also die Stabilität erster Art gesichert ist. Im anderen Falle treten zunächst keine Schwingungen auf, sondern es stellt sich erst der Gleichstrom auf seine stabile Lage ein.

§ 31. **Spezielle Fälle und Schaltungen.** Es seien noch zwei Grenzfälle besprochen. Setzt man $C = \infty$, d. h. denkt man sich im Zweige c die Kapazität durch einen Kurzschluß ersetzt, so lautet Bedingung (II) $\frac{de}{di} + W + \frac{W_0 W_1}{W_0 + W_1} > 0$. Da keine Kapazität vorhanden ist, können keine Schwingungen entstehen. Es kommt also nur die Stabilität erster Art in Betracht. Der Widerstand $W + \frac{W_0 W_1}{W_0 + W_1}$ ist gleich dem S. 54 definierten Widerstand, den der Stromkreis einer in A befindlichen e.m. Kraft entgegensetzt. Die Bedingung (I) braucht als schwächeres Kriterium nicht beachtet zu werden. — Nimmt man andererseits W_0 sehr groß an, so werden die Schwingungen sich nicht auf den Zweig a ausbreiten. Die Bedingung (II) geht dann über in

$$\frac{de}{di} + W + W_1 > 0.$$

Da die ganze Schwingung nur im Kreise $b + c$ verläuft, hängt die Stabilitätsbedingung nur davon ab, ob der Gesamtwiderstand gegen Schwingungen in diesem Kreise positiv ist. Das gleiche muß der

Digitized by Google

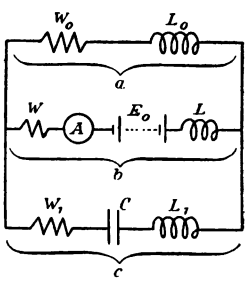
Fall sein, wenn man L_0 sehr groß macht, also in Kreis a eine große Drosselspule einschaltet. Auch mit Berücksichtigung von L_1 läßt sich für sehr großes L_0 leicht aus den Gleichungen (1) bis (3) die (6) entsprechende Gleichung für den Strom i_1 allein ableiten. Sie lautet:

$$(L + L_1)\frac{d^2 i_1}{dt^2} + \left(\frac{de}{di} + W + W_1\right)\frac{di_1}{dt} + \frac{i_1}{C} = 0.$$

Sie stellt in der Tat die Schwingungsgleichung dar, als wenn nur Kreis $b + c$ vorhanden wäre. Die Bedingung für Stabilität ist wieder ein positiver Gesamtwiderstand: $\frac{de}{di} + W + W_1 > 0$. Wie zu erwarten, ist es für die Stabilität gegen Schwingungen ganz gleichgültig, ob die Schwingungen vom Zweige a durch einen großen Widerstand W_0 oder durch eine große Selbstinduktion L_0 abgeschirmt werden. Daraus ist zu schließen, daß auch ein endliches L_0 (und ebenso L_1) die Stabilitätsbedingung (II) verändern muß, während die Bedingung (I) dadurch unberührt bleibt.

Bei großem L_0 oder W_0 treten L mit L_1 und W mit W_1 additiv verbunden auf. Daraus folgt, daß es dann bei Verwendung nur einer Selbstinduktionsspule im Schwingungskreise $b + c$ völlig gleichgültig ist, ob man diese in den Zweig b (als L und W) oder in den Zweig c (als L_1 und W_1) einschaltet. Im ersteren Falle ist nur der Widerstand W mit als Vorschaltwiderstand für den Gleichstrom zu betrachten. Ferner zeigt die Rechnung, daß man bei beliebigem W_0 und L_0 ganz dieselbe Gleichung (6) erhält, wenn man die konstante e.m. Kraft E statt in den Zweig a in den Zweig b einschaltet (Fig. 24)[1]), daß also der Verlauf des Stromes i für beide Schaltungen ganz derselbe ist, wie auch die Spannung e mit dem Strome i verknüpft ist. Physikalisch ist dies ohne weiteres verständlich, da einerseits der Gleichstrom wegen der Kapazität im Zweige c nur durch Kreis $a + b$ fließt und die Lage von E in diesem Kreise für ihn gleichgültig ist, andererseits auf den Wechselstrom eine konstante e.m. Kraft überhaupt nicht einwirkt, auf ihn also eine Lagenänderung von E auch keinen Einfluß haben

Fig. 24.



1) Vergl. die Schaltungstypen Fig. 7—9 S. 25 beim Resonanzunterbrecher.

Digitized by Google

kann. Voraussetzung ist dabei, daß E wirklich eine konstante e.m. Kraft ist, daß es keinen inneren Widerstand, keine Selbstinduktions- oder Kapazitätswirkung enthält. So benutzte ich beim selbsttönenden Lichtbogen die städtische Spannung als E, für die wegen der zahlreichen parallel geschalteten Glühlampenzweige innerer Widerstand und Selbstinduktion klein sind. In der Tat konnte ich bei den verschiedenen Schaltungen keinen Unterschied bemerken; nur sehr schnelle Schwingungen wurden etwas unregelmäßiger, wenn E im Zweige b lag, voraussichtlich wegen der Kapazitätswirkung der Kabelzuleitungen.

Solange die Charakteristik als geradlinig betrachtet werden darf, sind $\frac{de}{di} = \frac{e_1}{i_1}$ konstant. Es entstehen ganz symmetrische sinusförmige Schwingungen um die stabile Gleichstromlage, die sich dabei nicht verschiebt. Ihre Amplitude wächst wie $\varepsilon^{-\frac{W}{2L}t}$ an. Werden die Schwingungen so groß, daß die Charakteristik nicht mehr durch eine gerade Linie genügend angenähert wird, so ist $\frac{de}{di}$ nicht mehr gleich $\frac{e_1}{i_1}$ und beide nicht mehr konstant. Die Gleichung (7) als Schwingungsgleichung interpretiert würde eine Schwingung mit veränderlichem Widerstande und veränderlicher Kapazität ergeben. Dies entspricht physikalisch einer Verzerrung der Sinusform der Schwingung. Gleichzeitig kann dann die übergelagerte Schwingung auch die Gleichstromlage verschieben, wie dies S. 57 ausgeführt wurde.

C. Der selbsttönende Lichtbogen.

a) Allgemeines.

Diese ganz allgemein gültigen Betrachtungen seien jetzt auf das spezielle Problem der Schwingungserregung durch den Lichtbogen angewandt. Besondere Komplikationen treten hier auf durch die dynamischen Lichtbogenvorgänge, die Abhängigkeit der Charakteristik von den erregten Schwingungen selbst. Zunächst seien einige für das Folgende wichtige Eigenschaften des Lichtbogens zusammengestellt.

§ 32. **Eigenschaften des Lichtbogens.** Die statische Charakteristik, die man durch gleichzeitiges Messen von Strom und Spannung

Digitized by Google

im stationären Zustande erhält, verläuft für sehr starke Ströme (> 10 Amp.) annähernd horizontal. Für mittlere Ströme (etwa 2—10 Amp.) zeigt sie wahrscheinlich nur bei Kohleelektroden einen fallenden Verlauf.[1]) Bei kleineren Strömen ist die Charakteristik dagegen bei allen Elektroden sehr stark fallend. Der höchste Punkt der statischen Charakteristik ist das Entladungspotential, das von der Bogenlänge (Schlagweite) abhängig ist und meist viele 1000 Volt beträgt. Da die Klemmenspannung des Lichtbogens bei 2 Ampere etwa 50 Volt beträgt, erkennt man, wie stark die statische Charakteristik bis zu diesem Werte abfällt.

Die dynamische Charakteristik, d. h. die Beziehung zwischen Stromstärke und Klemmenspannung bei Wechselstromvorgängen im Lichtbogen hängt in komplizierter Weise von den besonderen Versuchsbedingungen ab.[2]) Hier kommt besonders zweierlei in Betracht. Einerseits tritt die sogen. Lichtbogenhysteresis auf, durch die die Charakteristik bei einem Wellenstromlichtbogen eine elliptische Form annimmt. Zweitens liegt bei Wechselstromlichtbögen die höchste Spannung, die im Gegensatz zum statischen Entladungspotential das Zündungspotential genannt werde, bedeutend tiefer. Ihr Wert ist davon abhängig, wie heiß die Elektroden und die Lichtbogenstrecke noch von dem vorherigen Stromdurchgange sind. So beträgt das Zündungspotential bei Kohleelektroden und einem Wechselstrom von 50 Perioden und 3 Amp. kaum noch 100 Volt. Bei Metallen liegt das Zündpotential bei so langsamen Wechseln wegen der schnellen Wärmeableitung noch sehr hoch, so daß man einen Wechselstrom-Metalllichtbogen bei 50 Wechseln nur mit Spannungen betreiben kann, die nahezu das statische Entladungspotential erreichen. Bei so schnellen Oszillationen, wie sie bei Kondensatorentladungen entstehen, wird dagegen auch bei Metallen die Zündspannung erheblich kleiner. Sonst würde durch einen Funken keine oszillatorische Entladung stattfinden können, da ja bei Umkehr der Stromrichtung stets eine neue Zündung stattfinden muß.

§ 33. **Beobachtungsmethoden.** Die dynamischen Vorgänge im

1) Nach neuerdings im Göttinger Institut für angewandte Elektrizitätslehre angestellten Versuchen von Herrn Malcolm fällt die Charakteristik in diesem Gebiete auch bei gekühlten Metallelektroden, besonders in Wasserstoff, stark ab.

2) H. Th. Simon, Phys. Zs. 6, 297, 1905.

Digitized by Google

Lichtbogen lassen sich bei langsamen Frequenzen durch oszillographische Aufnahmen erforschen. Bei meinen Versuchen, die noch als vorläufige zu gelten haben, hätte der Oszillograph wegen der hohen Frequenzen teilweise versagt. Daher verwandte ich die von Simon [1]) angegebene Methode der Braunschen Röhre, bei der der Fluoreszenzfleck durch gleichzeitige elektrostatische und elektromagnetische Ablenkung direkt die Charakteristik durchläuft. Fig. 25 zeigt das Schema. Es erwies sich als notwendig, die Ablenkungsspulen hinreichend weit von den Ablenkungsplatten entfernt zu halten, da sonst in den Platten Wirbelströme erzeugt werden, die eine völlige Verzerrung der Kurve bewirken. Bei dieser Methode erscheint die Charakteristik als leuchtende Kurve scharf auf dem

Fig. 25.

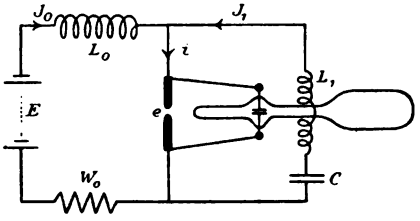
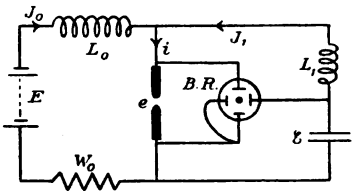


Fig. 26.



Schirme. Jeder allmählichen Veränderung der Versuchsbedingungen entspricht eine ganz allmähliche Deformation der Kurve, so daß man sofort den Einfluß der veränderten Größe sieht.

Besonders einfach gestaltet sich am selbsttönenden Lichtbogen die S. 9 beschriebene erste Methode, das Energiediagramm e—$f(\mathfrak{E})$ aufzunehmen. Fig. 26 zeigt das Schema. Bei dieser Schaltung gibt das Energiediagramm stets die an den Kapazitätszweig abgegebene Wechselstromenergie an. Ist J_0 konstant, (L_0 groß), so ist diese gleich der vom Lichtbogen erzeugten Wechselstromenergie. Im anderen Falle liefert der Lichtbogen auch Wechselstromenergie in den Gleichstromzweig, die nicht mit in dem Energiediagramm registriert wird.

b) Erster Typus.

§ 34. **Beschreibung.** Den elektrodynamischen Eigenschaften des Lichtbogens entsprechend kann man beim selbsttönenden Licht-

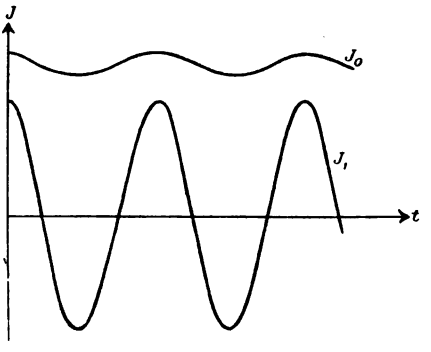
1) H. Th. Simon, Phys. Zs. 6, 305, 1905.

Digitized by Google

bogen dreierlei verschiedene Schwingungsarten erwarten, deren Existenz durch meine und anderer Beobachtungen nachgewiesen ist.[1]) Der erste Typus besteht aus nahezu sinusförmigen Schwingungen um eine stabile Gleichstromlage. Die Sinusform des Stromes ist an dem reinen, angenehmen Ton erkenntlich, den der Lichtbogen aussendet. Die Schwingungen bleiben so klein, daß die Charakteristik nahezu als geradlinig (oder als elliptisch, vergl. Fig. 15 S. 46) zu betrachten ist. Dies ist der Fall, wenn der Strom $i = J_0 + J_1$ im Lichtbogen nicht auf Null herabsinkt, der Lichtbogen nicht erlischt. Es ist notwendig, daß die statische Charakteristik in dem Schwingungsgebiete abfällt. Daher ist dieser Typus wohl nur bei Kohleelektroden[2]) und bei nicht zu großen Stromstärken möglich. Da auch bei diesen die Charakteristik nur wenig abfällt, so sind die Schwingungen nur bei sehr geringer Dämpfung möglich, sind also sehr wenig leistungsfähig.

§ 35. **Dämpfung und Frequenz.** Die Dämpfung wird häufig wesentlich durch den Gleichstromzweig bewirkt. Den Kapazitätszweig kann man nämlich in hohem Maße ungedämpft machen, da er nur die meist kleine Selbstinduktionsspule enthält (W_1 klein). Der Gleichstromzweig muß aber immer einen größeren Widerstand W_0 enthalten, um die Gleichstromlage stabil zu erhalten. Wenn demnach auch nur ein geringer Teil des Wechselstromes durch den Gleichstromzweig geht, d. h. der Strom J_0 nur geringe Intensitätsschwankungen aufweist, so muß dies die Schwingungen erheblich

Fig. 27.



1) Als ich die folgende Betrachtung und die sie bestätigenden Versuche schon fast ganz abgeschlossen hatte, wurde ich mit der Arbeit von Blondel bekannt (L'Éclairage électrique 44, S. 41—52 und 81—103, 1905). Auf Grund zahlreicher oszillographischer Aufnahmen kommt Blondel zu genau der gleichen Einteilung und Beschreibung der drei verschiedenen Schwingungstypen, wie sie aus theoretischen Überlegungen schon vor meinen Versuchen abgeleitet hier wiedergegeben sind.

2) Vergl. jedoch Anm. 1 S. 67.

Digitized by Google

dämpfen. Beträgt z. B. $W_1 = \frac{1}{10}\,\Omega$ und $W_0 = 100\ \Omega$ und geht nur $^1/_{10}$ des Wechselstromes J_1 durch den Gleichstromzweig (Fig. 27), so ist die dämpfende Wirkung $\left(\frac{J_1}{10}\right)^2 \cdot W_0$ dieses Kreises 10mal so stark wie die des Kapazitätskreises $J_1{}^2 \cdot W_1$. Diese Rechnung zeigt wieder, wie übersichtlich alle Verhältnisse werden, wenn man den veränderlichen Widerstand wie einen Wechselstromgenerator behandelt. Die Dämpfung durch den Gleichstromzweig kann man verhindern, wenn man L_0 groß macht, d. h. den Wechselstrom von dem Gleichstromzweige durch eine Drosselspule abhält. Ist dagegen $L_0 = 0$ und liegt die Selbstinduktion L des Schwingungskreises im Lichtbogenzweige, so hat man für Sinusschwingungen $W' = W + \frac{L}{C W_0}$ als Dämpfungswiderstand einzuführen (vergl. § 30).

Diese Schwingungen entstehen bei hinreichend kleiner Dämpfung von selbst und wachsen so lange an, als die im Lichtbogen pro Periode zugeführte Energie größer ist, als die durch die Dämpfung vernichtete. Ein stationärer Zustand, in dem die zu- und abgeführte Energie gleich groß sein müssen, wird, wie Simon[1]) gezeigt hat, wesentlich durch den Einfluß der Lichtbogenhysteresis erreicht. Diese tritt mit wachsender Schwingungsamplitude mehr und mehr hervor und bewirkt eine Phasenverschiebung von e_1 gegen i_1 im Lichtbogen. Daher wird die zugeführte Energie $\int_0^T e_1 i_1\, dt$ kleiner, als wenn e_1 und i_1 in Phase blieben. — Eine gleiche Phasenverschiebung von e_1 und i_1, wie die Hysteresis, würde eine in den Lichtbogen eingeschaltete Selbstinduktion bewirken. Da es für den elektrischen Strom nicht auf die Ursache der Phasenverschiebung ankommt, so muß die Hysteresis genau wie eine eingeschaltete Selbstinduktion verlangsamend auf die Frequenz $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ wirken. Dies stimmt mit meinen Beobachtungen gut überein. Man kann aus dem Grad der Hysteresis geradezu auf das Maß der Verminderung der Frequenz schließen. — Da mit wachsender Frequenz die dämpfende Wirkung der Hysteresis größer und größer wird, so folgt, daß die Schwingungen nicht über eine bestimmte, durch die speziellen Eigenschaften des Lichtbogens definierte

1) H. Th. Simon, Phys. Zs. 7, 440, 1903.

Digitized by Google

Schwingungszahl gesteigert werden können, und daß auch in dem Bereich der möglichen Schwingungen die Leistungsfähigkeit derselben um so kleiner ist, je höher die Schwingungszahl ist.[1])

§ 36. **Übergang zum zweiten Typus.** Bei geringer Dämpfung, also besonders bei großem L_0, oder bei schwacher Stromstärke, bei der die Charakteristik im Mittel ziemlich steil abfällt, genügt die gewöhnliche Hysteresis oft nicht, dem Anwachsen der Schwingungen Einhalt zu tun. Die Amplitude des Wechselstromes wird größer als die des Gleichstromes, so daß zeitweise im Lichtbogen die Stromstärke Null besteht, d. h. der Lichtbogen erlischt. Die dann auftretenden Schwingungen sind die zweiter Art. Häufig konnte ich beim Verkleinern der Stromstärke J_0 ein ganz plötzliches Umschlagen der ersten Schwingungsart in die zweite beobachten, was sich mit der Braunschen Röhre an der Charakteristik genau sehen ließ. Auch der Ton ging plötzlich von einem angenehmen, reinen in einen häßlichen, heulenden, tieferen Ton über. Vergrößerte man dann den Strom wieder, so sprang bei einer höheren Stromstärke als vorher die Schwingung zweiter Art plötzlich wieder in die erster Art zurück. Zwischen den beiden kritischen Stromstärken können also bei genau denselben Versuchsbedingungen entweder Schwingungen erster Art oder solche zweiter Art bestehen. Zuweilen dagegen, besonders bei stärkerer Dämpfung (kleinem L_0) ließ sich durch Veränderung der Stromstärke oder Bogenlänge ein ganz kontinuierlicher Übergang zwischen den beiden Schwingungsarten herstellen, so daß von einer scharfen Grenze zwischen beiden nicht gesprochen werden konnte.

c) Zweiter Typus.

α) Stationäre Schwingungen.

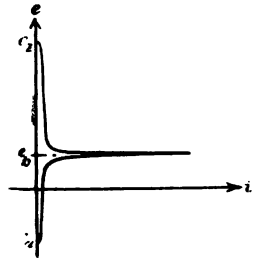
§ 37. **Beschreibung.** Bei der zweiten Schwingungsart spielt im Gegensatz zur ersten der Zündungsvorgang die wesentliche Rolle. Die sich dem Gleichstrom überlagernden Schwingungen sind so groß, daß der Lichtbogen bei jeder Periode für längere Zeit erlischt und jedesmal eine neue Zündung mit hohem Zündungspotential erfolgt. Diese Schwingungen finden gewissermaßen zwischen zwei stabilen Gleichstromlagen, dem brennenden und er-

1) H. Th. Simon und M. Reich, Phys. Zs. 3, 278, 1902; 4, 364, 1903.

Digitized by Google

loschenen Lichtbogen um die dazwischen liegende labile Gleichstromlage statt. Da das Zündungspotential bei genügend langsamen Schwingungen stets hoch liegt, so kann man diese Schwingungen mit allen Elektroden herstellen. Die „im Mittel" fallende Charakteristik kommt durch die hohe Spannung während der Zündung zustande; ob die Charakteristik im übrigen steigt oder fällt, ist fast ganz gleichgültig und bewirkt nur geringe Modifikationen in der Stromform. Es sei daher zunächst als Normalfall angenommen, daß Zünden und Auslöschen des Lichtbogens ganz plötzlich geschehe und daß der brennende Lichtbogen eine von der Stromstärke unabhängige Spannung e_b besitze, die Charakteristik also die in Fig. 28 gezeichnete Form habe. Derartige Charakteristiken sind tatsächlich häufig von mir beobachtet worden. Der Vorgang ist dann genau der gleiche, wie bei dem S. 26 geschilderten Resonanzunterbrecher. Dem dort durch äußere Einwirkung erzielten Schließen und Öffnen des Kontaktes entspricht hier das Zünden und Erlöschen des Lichtbogens, das selbsttätig durch den Strom geschieht, wodurch von selbst der dort besonders einzustellende Synchronismus gesichert ist. — Es sei zunächst vorausgesetzt, daß sich in dem Gleichstromzweige eine so große Selbstinduktion L_0 befinde, daß der Wechselstrom völlig von diesem Zweige abgeschirmt wird, der Strom J_0 also keine Intensitätsschwankungen während einer Schwingung macht. Dann besteht der Strom im Lichtbogen $i = J_0 + J_1$ aus der Superposition des konstanten Gleichstromes J_0 und des reinen Wechselstromes J_1, der durch den Kapazitätskreis fließt. Den zeitlichen Verlauf von Strom und Spannung kann man sich in diesem Falle am einfachsten graphisch konstruieren. Dies ist quantitativ in den Fig. 29–32 für verschiedene Fälle getan.[1]) Fig. 29 und 30 stellen den Fall sehr geringer Dämpfung des Wechselstromes dar, Fig. 30 den typischen Fall zweiter Art, bei dem die maximale Amplitude von J_1 bedeutend größer ist als J_0, der Lichtbogen daher sehr lange er-

Fig. 28.

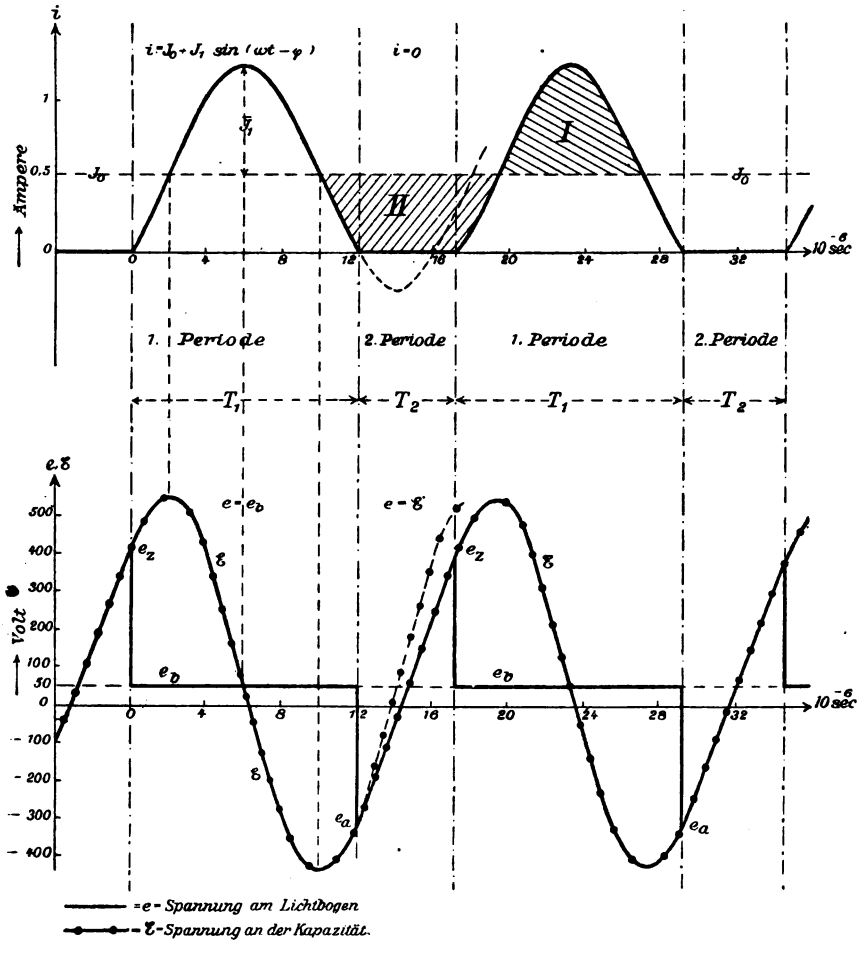


1) Es ist überraschend, wie exakt die entsprechenden oszillographischen Aufnahmen Blondels (l. c.) mit den hier rein theoretisch konstruierten Kurven übereinstimmen.

Digitized by Google

loschen bleibt[1]), während der in Fig. 29 gezeichnete Fall sich mehr dem ersten Schwingungstypus nähert. Fig. 31 und 32 zeigen schließlich, wie sich die in Fig. 29 und 30 gezeichneten Fälle bei starker Dämpfung ändern.

Fig. 29. $i_0 = 0{,}3$ A; $e_b = 50$ V; $e_z = 400$ V; $C = 3 \cdot 10^{-6}$ F; $L_0 = \infty$; $L_1 = 1{,}25 \cdot 10^{-3}$ H. $W_1 = 0$.

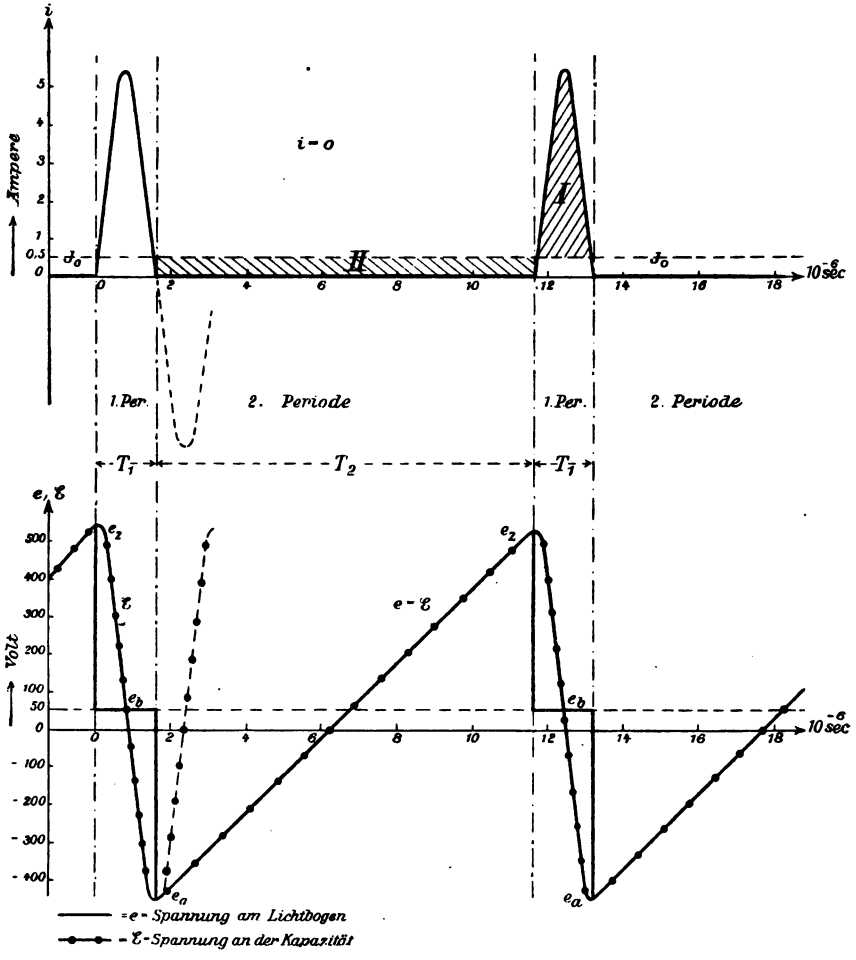


1) Derartige durch lange Pausen unterbrochene Entladungen sind von H. Th. Simon und M. Reich schon Phys. Zs. **4**, 367 und 738, 1903 beschrieben worden.

Digitized by Google

Man teilt den Vorgang zweckmäßig in zwei Perioden. Während der ersten Periode brennt der Lichtbogen mit der konstanten Spannung e_b und der Stromstärke $i = J_0 + J_1$. J_1 ist der sinusförmige,

Fig. 30. $i_0 = 0.5$ A; $e_b = 50$ V, $e_a = 550$ V, $C = 5 \cdot 10^{-6}$ F
$L_0 = \infty$; $L_1 = 5 \cdot 10^{-5}$ H; $W_1 = 0$

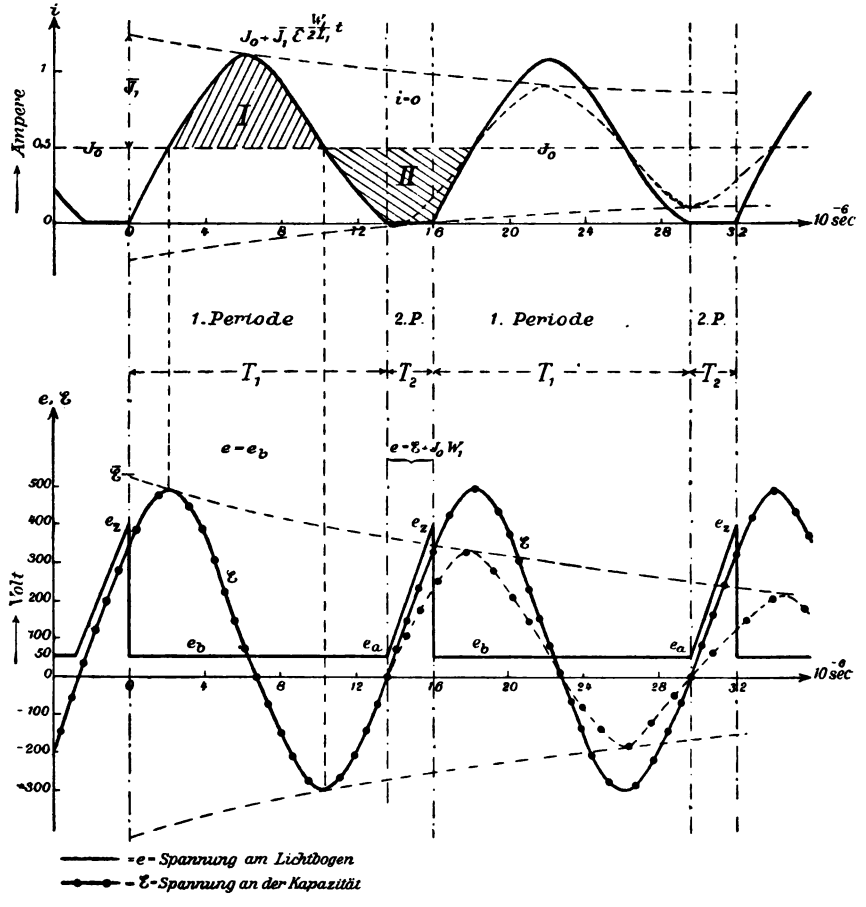


mehr oder weniger gedämpfte Entladestrom der Kapazität. Seine zeitliche Änderung ist gegeben durch $J_1 = \bar{J}_1 \cdot \varepsilon^{-\frac{W_1}{2L_1} t} \cdot \sin(\omega t - \varphi)$, wobei sich φ aus der Bedingung ergibt, daß für $t = 0$ $i = 0$,

Digitized by Google

also $J_1 = -J_0$ sein muß. Die zeitliche Änderung der Kapazitätsspannung ist gegeben durch $(\mathfrak{E} - e_b) = \overline{(\mathfrak{E} - e_b)}\, \varepsilon^{-\frac{W_1}{2L_1} t} \cos(\omega t - \varphi + \psi)$,

Fig. 31. Größen wie bei Fig. 29, nur $W_1 = 60\ \Omega$.

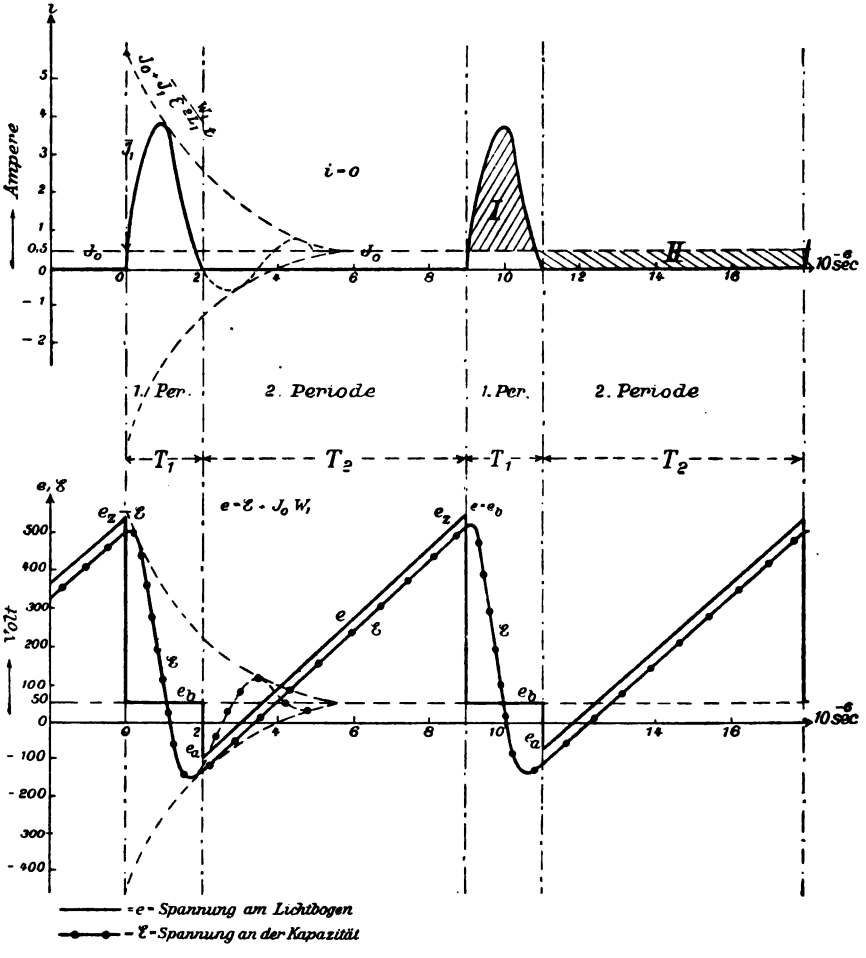


wobei der Zusammenhang besteht $C \frac{d(\mathfrak{E} - e_b)}{dt} = -J_1$, da J_1 der Entladestrom von C ist. Daraus folgt, daß $\mathfrak{E}$ seinen Maximalwert $\overline{\mathfrak{E}}$ erreicht, wenn $J_1 = 0$ also $i = J_0$ ist (Fig. 29 und 31). In diesem Augenblicke geht nämlich die Ladung in die Entladung über. Daher steigt $\mathfrak{E}$ zu Beginn der ersten Periode noch etwas

Digitized by Google

an, um so mehr, je größer J_0 im Verhältnis zu $\overline{J}_1$ ist. Die Mittellage von $\mathfrak{E}$, um die die Schwingungen stattfinden, ist $\mathfrak{E} = e_b$, da nur die e.m. Kraft $\mathfrak{E} - e_b$ auf den Entladestrom J_1 treibend ein-

Fig. 32. Größen wie bei Fig. 30, nur $W_1 = 50\ \Omega$.



wirkt. In den Figuren ist punktiert eingezeichnet, wie i und $\mathfrak{E}$ weiter verlaufen würden, wenn ein Auslöschen des Lichtbogens und eine damit bedingte Änderung der Spannung e_b am Lichtbogen nicht eintreten würde. Der Zeitpunkt für das Ende der ersten

Digitized by Google

Periode ist dadurch bestimmt, daß $J_1 = -J_0$, also $i = 0$ wird, so daß kein Strom durch den Lichtbogen fließt.

Während der zweiten Periode bleibt $i = 0$, der Lichtbogen ist also erloschen, daher ist $J_1 = -J_0$ konstant, d. h. die Kapazität lädt sich mit konstanter Stromstärke J_0 auf, was einem geradlinigen Ansteigen der Kapazitätsspannung entspricht. Bei ungedämpfter Schwingung ($W_1 = 0$) herrscht während der ganzen zweiten Periode am Lichtbogen dieselbe Spannung wie an der Kapazität. Bei gedämpfter Schwingung herrscht zwischen beiden nur der Spannungsabfall $i_0 W_1$. Die Spannung am Lichtbogen springt daher am Anfang der zweiten Periode plötzlich von dem Werte e_b auf den beim Auslöschen an der Kapazität bestehenden Wert, vermehrt um $i_0 W_1$, auf den Wert e_a. Dieser Sprung hängt mit dem Knick zusammen, den der Strom J_1 am Anfang der zweiten Periode macht. Die Bedingung, daß sich alle e.m. Kräfte und Gegenkräfte in dem Schwingungskreise das Gleichgewicht halten, lautet nämlich: $\mathfrak{E} = J_1 W_1 + L_1 \frac{dJ_1}{dt} + e$. Dem Knick in der i-Kurve entspricht ein Sprung von $L_1 \frac{dJ_1}{dt}$, das von einem negativen endlichen Wert plötzlich auf Null ansteigt. Ebensoviel muß e sinken.[1]) Der Zeitpunkt für das Ende der zweiten Periode ist dadurch bestimmt, daß die wachsende Lichtbogenspannung die Zündspannung e_z erreicht und der Lichtbogen wieder zündet. Die Dauer T_2 der zweiten Periode berechnet sich aus der Gleichung $J_0 \; T_2 = (e_z - e_a)\, C$, also $T_2 = \frac{(e_z - e_a)}{J_0} C$. Graphisch findet man die Länge der zweiten Periode am einfachsten dadurch, daß die in den Figuren schraffierten Flächen I und II im stationären Zustande gleich groß sein müssen. I — II stellt nämlich die Größe $\int_0^T J_1 \, dt$ dar, die gleich Null sein muß, da der Kapazitätsstrom J_1 ein reiner Wechselstrom ist. Das plötzliche Zünden, das Abfallen der Lichtbogenspannung von e_z auf e_b bedingt wieder einen Knick in der i-Kurve, d. h. einen entsprechenden Sprung von

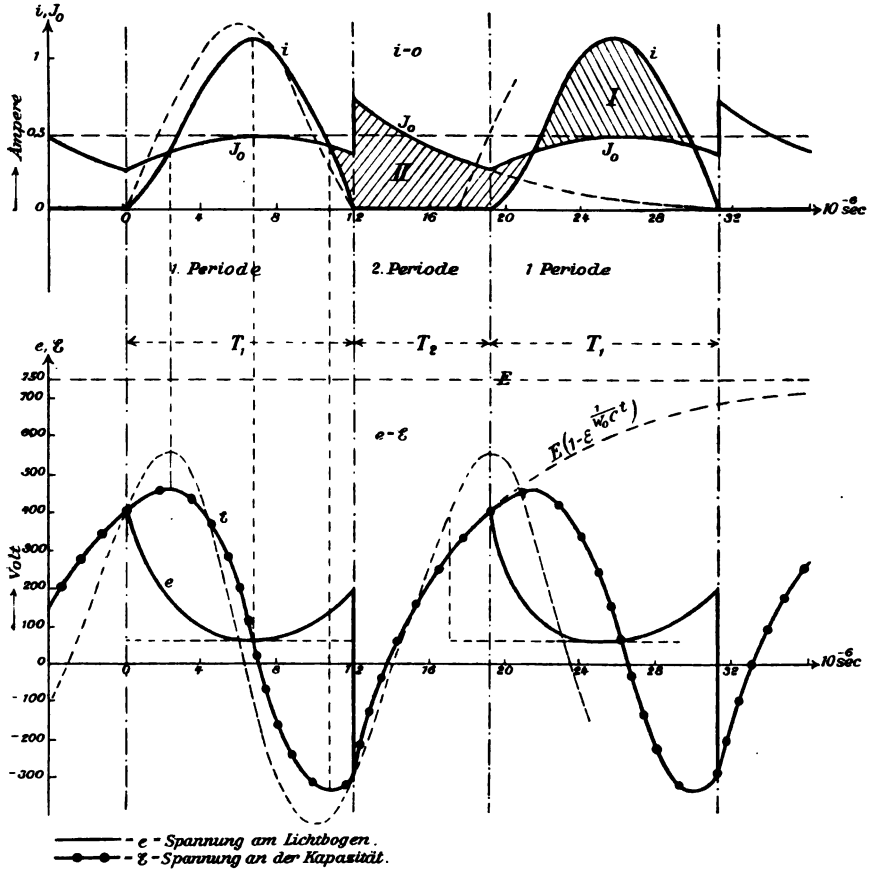
---

1) Daß sich dies tatsächlich so verhält, zeigen besonders schön die oszillographischen Aufnahmen von Blondel (l. c.). Mit einem dreifachen Oszillograph nahm er gleichzeitig die Spannungen $\mathfrak{E}$, e und $\mathfrak{E}_L = L_1 \frac{dJ_1}{dt} + J_1 W_1$ auf.

Digitized by Google

$L_1 \frac{dJ_1}{dt}$. Das Verhältnis δ der beiden Sprünge $(e_z - e_b)$ und $(e_b - e_a)$ in der Lichtbogenspannung ist für das Folgende wichtig.

Fig. 33. Größen wie bei Fig. 29, nur $L_0 = 0$, $E = 750$ V, $W_0 = 1400\ \Omega$; e_b nicht konstant.



Für $W_1 = 0$, d. h. ungedämpfte Sinusschwingungen bei der Entladung ist nach Symmetrie

$$(e_z - e_b) = (e_b - e_a), \text{ also } \delta = \frac{e_z - e_b}{e_b - e_a} = 1.$$

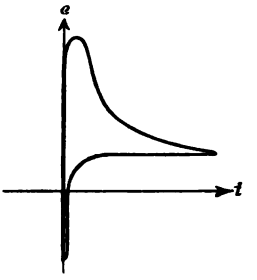
Für gedämpfte Schwingungen ist nahezu $\delta = \varepsilon^{\frac{W_1}{2L_1} T_1}$, wenn T_1 die

Digitized by Google

Dauer der ersten Periode bedeutet. Ist J_0 klein gegen J_1, so gilt die Formel sehr genau (Fig. 32), im anderen Falle wird δ größer. Für Fig. 31 ist z. B. $e_a = e_b$, also $\delta = \infty$.

In der graphischen Darstellung läßt sich auch leicht dem Rechnung tragen, daß die für den Normalfall zutreffenden Voraussetzungen nicht genau erfüllt sind. Fig. 33 zeigt z. B., wie sich die Fig. 29, die anfangs punktiert eingezeichnet ist, ändern kann. Besonders sind es drei Dinge, die den Verlauf von Strom und Spannung etwas modifizieren können. Erstens findet die Zündung häufig nicht momentan statt. Bei Eisenelektroden beobachtete ich z. B. die in Fig. 34 gezeichnete Charakteristik, nach der das Zünden ziemlich langsam erfolgt. Dies bewirkt, daß der Spannungsabfall am Lichtbogen während der ersten Periode nicht so plötzlich vor sich geht, und daß der Strom demnach nicht so schnell anschwillt, da er noch eine größere e.m. Gegenkraft im Lichtbogen vorfindet. Bei Kohlen beobachtet man ferner bei langsamen Schwingungen häufig ein Ansteigen der Spannung am Ende der ersten Periode kurz vor dem Verlöschen, was ein etwas schnelleres Abfallen des Stromes bewirken muß. Schließlich ist oft L_0 nicht groß genug, um den Wechselstrom ganz von dem Zweige a abzuschirmen, so daß also J_0 nicht konstant ist. In Fig. 33 ist angenommen, daß L_0 vollkommen Null sei. Dann ist $J_0 = \frac{E - e}{W_0}$, also um so größer, je kleiner die Lichtbogenspannung e ist.

Fig. 34.



§ 38. **Einfluß von L_0.** Ist $L_0 = 0$, so kann die Spannung am Lichtbogen höchstens bis auf den Wert E steigen. Liegt also das Zündungspotential höher, so tritt keine Zündung ein, der Lichtbogen bleibt erloschen. Bei großem L_0 kann dagegen das Zündungspotential beliebig hoch liegen und es tritt doch Zündung ein. So erhielt ich bei Eisenelektroden Spannungsdifferenzen von über 1000 Volt am Lichtbogen, trotzdem die Betriebsspannung E nur 220 Volt betrug. Die große Selbstinduktion L_0 hat dieselbe Funktion wie das Schwungrad bei einem Gasmotor. Wie dieses während der Arbeitsperiode kinetische Energie $\frac{m v^2}{2}$ aufnimmt und

Digitized by Google

diese in den übrigen Perioden zur Verfügung stellt, so repräsentiert auch die Selbstinduktion einen Vorrat an kinetischer Energie $\frac{L_0 J^2_0}{2}$, der dem Strome über den „toten Punkt", die hohe Spannung am Ende der zweiten Periode, hinweghilft. Wie ein großes Schwungrad beträchtliche Energiemengen abgeben kann, ohne seine Geschwindigkeit v erheblich zu ändern, so ist es auch bei einer großen Selbstinduktion. Als Beispiel sei berechnet, um wieviel der Strom J_0 von 1 Amp. in der großen Selbstinduktion L_0 von 10 Henry abnimmt, wenn durch seine Energie sich die Kapazität C von 10^{-3} M. Farad von $\mathfrak{E} = 0$ auf $\mathfrak{E} = 1000$ Volt auflädt. Dies Beispiel entspricht einigen meiner Versuchsbedingungen. Es ist nach dem Gesetz von der Erhaltung der Energie:

$$\frac{L_0 J_0^2}{2} - \frac{L_0 (J_0 - \Delta J_0)^2}{2} = \frac{\mathfrak{E}^2 C}{2};$$

daher

$$\frac{L_0 (2 J_0 \Delta J_0 - \Delta J_0^2)}{2} = \frac{\mathfrak{E}^2 C}{2},$$

oder bei Vernachlässigung von ΔJ_0 gegen $2 J_0$:

$$\Delta J_0 = \frac{\mathfrak{E}^2 C}{2 L_0 J_0} = \frac{1000^2 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10 \cdot 1} = \frac{1}{20} 10^{-3} \text{ Amp.}$$

Also schon die außerordentlich kleine Abnahme des Stromes um $^1/_{20}$ Milliampere genügt, die Kapazität auf 1000 Volt aufzuladen. Bei großer Selbstinduktion L_0 ist also J_0 so gut wie konstant, auch wenn am Lichtbogen starke Spannungsschwankungen auftreten. J_0 bestimmt sich dann aus der Gleichung $E - J_0 W_0 = e_0$, wobei $e_0 = \frac{1}{T} \int_0^T e \, dt$ den Mittelwert der Lichtbogenspannung e bedeutet. Für konstantes $e = e_b$ während der ersten Periode läßt sich e_0 leicht auswerten. Es wird $e_0 = \frac{1}{T} \left(e_b T_1 + \frac{e_x + e_a}{2} T_2 \right)$. Bei schwacher Dämpfung ist $\frac{e_x + e_a}{2} = e_b$, daher $e_0 = e_b \left(\frac{T_1 + T_2}{T} \right) = e_b$. Bei stärkerer Dämpfung nimmt e_a kleinere negative Werte an, so daß $\frac{e_x + e_a}{2}$ und somit e_0 größer wird; J_0 muß dann kleiner werden. Wird die Dämpfung so groß, daß $e_0 > E$ wird, so ist ein dauernder Schwingungszustand nicht mehr möglich. Die Selbstinduktion gibt dann in der zweiten Periode zum Aufladen der

Digitized by Google

Kapazität mehr Energie ab, als ihr während der ersten Periode durch die Betriebsspannung zugeführt wird. Die Größe $\frac{L_0 J_0^2}{2}$ muß dauernd abnehmen, bis sie nicht mehr ausreicht, die Kapazität bis zum Zündungspotential aufzuladen. Der Lichtbogen bleibt dann dauernd erloschen. Der Vorgang ist völlig dem analog, daß ein Gasmotor überlastet wird. Auch bei diesem wird dann das Schwungrad von seiner kinetischen Energie $\frac{m v^2}{2}$ abgeben, bis v so klein geworden ist, daß die Maschine zum Stillstand kommt, ehe die nächste Explosion erfolgt. Sie bleibt dann dauernd stehen.

§ 39. **Energieverhältnisse.** Die Energieverhältnisse lassen sich für konstantes J_0 und für konstantes e_b während der ersten Periode in der § 11 angegebenen Weise leicht diskutieren. Die ursprüngliche Energiequelle ist die konstante Betriebsspannung E, die in einer Periode T die Energie $U_b = E J_0 T$ liefert. Von dieser wird in dem Vorschaltwiderstande W_0 pro Periode in Wärme verwandelt

$$Q_0 = J_0^2 W_0 T.$$

Der Rest

$$U_b - Q_0 = (E - J_0 W_0) J_0 T = e_0 J_0 T = U_0$$

ist die an den Lichtbogen abgegebene Gleichstromenergie. Diese wird zum Teil im Lichtbogen in Wärme Q verwandelt, und zwar ist

$$Q = \int_0^T e i \, dt = e_b J_0 T,$$

wenn, wie vorausgesetzt, die Spannung am brennenden Lichtbogen konstant gleich e_b ist. Der andere Teil von U_0, also $U_0 - Q = (e_0 - e_b) J_0 T = U_1$, wird vom Lichtbogen als Schwingungsenergie abgegeben und im stationären Zustande durch die Energieverluste der Schwingungen, etwa infolge von Strahlung, verbraucht. Das Verhältnis

$$\eta = \frac{U_1}{U_b} = \frac{e_0 - e_b}{E}$$

ist der Wirkungsgrad des Lichtbogens. Er mißt, wieviel von der ursprünglich aufgewandten Energie U_b in Schwingungsenergie U_1 umgesetzt wird. Bei bestimmter Betriebsspannung E und festem e_b ist η nur von e_0 abhängig; und zwar ist der Wirkungsgrad um so besser, je höher die mittlere Spannung am Licht-

Digitized by Google

bogen ist. Verläuft die Entladeschwingung des Kapazitätskreises ungedämpft, so ist $e_0 = e_b$, daher $U_1 = 0$ wie es sein muß. Die ganze aufgewandte Energie U_b verwandelt sich im Widerstande W_0 und dem Lichtbogen in Wärme. Je stärker dagegen die Entladeschwingungen gedämpft sind, desto größer wird e_0 entsprechend dem größeren U_1. Gleichzeitig wird $J_0 = \frac{E - e_0}{W_0}$ kleiner, so daß auch die aufgewandte Energie $U_b = E J_0 T$ kleiner wird. Daß trotzdem den Schwingungen mehr Energie U_1 zugeführt wird, rührt daher, daß einerseits die Wärmeentwicklung $J_0^2 W_0 T$ in W_0, andererseits die im Lichtbogen $e_b J_0 T$ kleiner werden, besonders erstere, da sie von J_0 quadratisch abhängt. Diese gleichzeitige Abnahme von J_0 bei Zunahme von e_0 bewirkt, daß es ein Maximum für die an die Schwingungen abgegebene Energie U_1 gibt. Dies tritt für

$$\frac{d U_1}{d e_0} = \frac{\partial U_1}{\partial e_0} + \frac{\partial U_1}{\partial i_0} \frac{\partial i_0}{\partial e_0} = 0$$

ein. Man findet dafür

$$\overline{e_0} = \frac{E + e_b}{2}; \quad \overline{J_0} = \frac{E - e_b}{2 W_0}; \quad \overline{U_1} = \frac{(E - e_b)^2}{2 W_0} T; \quad \overline{\eta} = \frac{E - e_b}{2 E}.$$

Die größtmögliche Abgabe von Wechselstromenergie findet also statt, wenn e_0 und J_0 in der Mitte von den Werten liegen, die sie beim erloschenen und ruhig brennenden Lichtbogen einnehmen würden. Der Wirkungsgrad ist dann kleiner als $^1/_2$. Schwingungen, die ein größeres e_0 erzeugen, sind ökonomischer, wenn sie auch nicht so leistungsfähig sind.

Besonders einfach gestaltet sich bei der Annahme, daß e_b und J_0 konstant sind, das Energiediagramm $e = f(\mathfrak{E})$[1]), das in Fig. 35 konstruiert ist. Die wagerechte Linie $e = e_b$ entspricht der ersten, die unter 45° geneigte Linie $e = \mathfrak{E}$ entspricht der zweiten Periode. Die senkrechten Linien stellen den Sprung von e beim Zünden und Verlöschen dar. Für die an den Wechselstrom abgegebene Energie

$$U_1 = -\int_0^T e J_1 \, d t = C \int_0^T e \, d \mathfrak{E}$$

ist der Flächeninhalt I positiv, II negativ zu zählen. Der Inhalt dieser gleichschenklig rechtwinkligen Dreiecke ist

1) Vergl. S. 68.

Digitized by Google

$$\text{I} = \frac{(e_z - e_b)^2}{2}; \quad \text{II} = \frac{(e_b - e_a)^2}{2}.$$

Daher wird

$$U_1 = C\ (\text{I}-\text{II}) = \frac{C}{2}\left[(e_z - e_b)^2 - (e_b - e_a)^2\right] =$$

$$\frac{C}{2}(e_z - e_a)(e_z + e_a - 2\,e_b).$$

Beachtet man, daß $C(e_z - e_a) = J_0\,T_2$ ist, so überzeugt man sich leicht, daß der hier gegebene Ausdruck mit dem oben gegebenen $(e_0 - e_b)\,J_0\,T$ identisch ist. Für ungedämpfte Entladeschwingungen ist $e_z - e_b = e_b - e_a$, also $\text{I} = \text{II}$ und $U_1 = 0$, wie es sein muß.

Fig. 35.

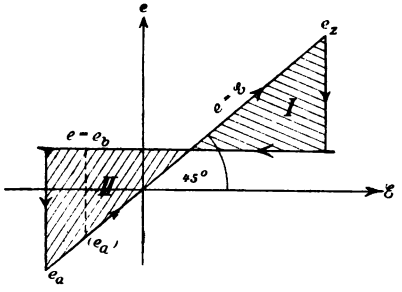
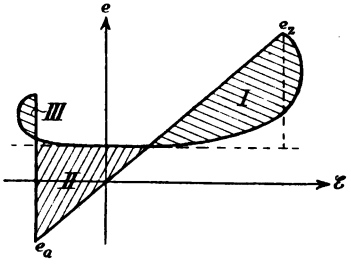


Fig. 36.



Für gedämpfte Entladeschwingungen kann man nach S. 78 setzen: $e_z - e_b = \delta\,(e_b - e_a)$. δ ist um so größer, je größer die Dämpfung ist. Dann wird

$$U_1 = \frac{C(e_z - e_b)^2}{2}\left(1 - \frac{1}{\delta^2}\right),$$

d. h. *die den Schwingungen zugeführte Energie wächst quadratisch mit der Höhe der Zündspannung über der Lichtbogenspannung. Bei zunehmender Dämpfung (größerem δ) wird den Schwingungen selbsttätig mehr Energie nachgeliefert,* falls die Zündspannung konstant bleibt. Letzteres zeigt sich in der Fig. 35 dadurch, daß e_a höher heraufrückt nach (e_a), und daher Flächeninhalt II kleiner wird, wie es durch die punktierte Linie angedeutet ist.

Geht das Zünden des Lichtbogens nicht momentan vor sich und steigt vor dem Verlöschen die Lichtbogenspannung wie in Fig. 33 an, so ändert sich das Energiediagramm, wie in Fig. 36 gezeigt ist. Das langsame Zünden bedeutet eine Verringerung der Energiezufuhr mit Ausnahme des Falles, daß &

Digitized by Google

nach dem Zünden noch erheblich ansteigt, was nur geschieht, wenn J_0 fast gleich $\bar{J}_1$ ist. Das Ansteigen von e kurz vor dem Auslöschen bedeutet dagegen eine Energiezufuhr, da es einen positiv zu rechnenden Flächeninhalt III hinzubringt. Dies läßt sich auch direkt aus der Fig. 33 ablesen. Es wird nämlich $-\int_0^T e J_1 \, dt$ um so größer, je größer e bei negativem J_1 ist, d. h. solange i kleiner als J_0 ist. Ob der Strom J_0 während der ersten oder zweiten Periode sich ändert, ist auf das Energiediagramm ohne Einfluß. Es bedeutet eine Erzeugung von Wechselstromenergie im Lichtbogen, die in dem Gleichstromzweig vernichtet wird, während das Energiediagramm nur die an den Kapazitätszweig abgegebene Wechselstromenergie mißt.

§ 40. **Frequenz und Resonanzfähigkeit.** Was die Frequenz dieser Schwingungen zweiter Art betrifft, so ist die Dauer T_1 der ersten Periode im wesentlichen nur von der Selbstinduktion L_1 und Kapazität C des Schwingungskreises abhängig. Für ungedämpfte Entladeschwingungen liegt sie zwischen $T_1 = \pi \sqrt{L_1 C}$, das bei $\frac{J_0}{\bar{J}_1} = 0$, und $T_1 = 2\pi \sqrt{L_1 C_1}$, das bei $J_0 = \bar{J}_1$ erreicht würde. Die zweite Periode ist nur davon abhängig, wie lange die Kapazität braucht, um sich bis zum Zündungspotential aufzuladen. Sie ist also um so länger, je schwächer der Ladestrom J_0, je größer die Kapazität C und je größer die aufzuladende Spannung $\triangle \mathfrak{E} = e_z - e_a$ ist. Aus diesen Größen läßt sich die Dauer T_2 der zweiten Periode leicht berechnen. So war bei einigen meiner Versuche (vergl. Fig. 30) mit Eisenelektroden $J_0 = 0{,}5$ Amp. $C = 5 \cdot 10^{-3}$ M. F., die größte Spannungsdifferenz am Lichtbogen $e_z - e_a = \triangle \mathfrak{E} = 1000$ Volt. Es ist die zugeführte Elektrizitätsmenge $J_0 T_2 = \triangle \mathfrak{E} \cdot C$, daher $T_2 = \frac{\triangle \mathfrak{E} \cdot C}{J_0} = \frac{1000 \cdot 5 \cdot 10^{-9}}{0 \cdot 5} = 10^{-5}$ Sek. Von einem Tone konnte man bei so schnellen Schwingungen nichts mehr vernehmen. Da L_1 etwa gleich $5 \cdot 10^{-5}$ Henry war, so war nahezu die Dauer der ersten Periode $T_1 = \pi \sqrt{L_1 C} = 5\pi 10^{-7}$ Sek. Es war also T_2 etwa 7 mal so lang wie T_1 (Fig. 30). Derartige durch relativ lange Zwischenräume getrennte Entladungen sind zu Resonanzversuchen wenig geeignet, da einerseits der sinusförmige Grundton von der Schwingungsdauer $T = T_1 + T_2$ nur schwach in der Schwingung enthalten ist, andererseits eine große

Digitized by Google

Reihe von Obertönen etwa ebenso stark hervortritt. Bei obigem Fall müßte z. B. der 8. Oberton von der Schwingungsdauer T_1 noch stark hervortreten. Schwingungen mit guter Resonanzfähigkeit wird man daher nur erhalten, wenn T_2 klein gegen T_1 ist (Fig. 29 u. 31) oder, was auf dasselbe hinauskommt, wenn die maximale Amplitude $\overline{J_1}$ des Wechselstromes nicht viel größer ist als der Gleichstrom J_0. Daß dies dasselbe bedeutet, ersieht man daraus, daß die Flächeninhalte I und II der Fig. 29—33 gleich groß sein müssen. Größer als J_0 muß ja $\overline{J_1}$ sein, da sonst besonders bei großer Dämpfung der Lichtbogen überhaupt nicht erlöschen würde. Da sich bei schwach gedämpften Schwingungen die potentielle Energie $\frac{C(\overline{\mathfrak{E}} - e_b)^2}{2}$ in die kinetische Energie $\frac{L_1 \overline{J_1}^2}{2}$ umsetzt, so berechnet sich $\overline{J_1} = (\overline{\mathfrak{E}} - e_b) \cdot \sqrt{\frac{C}{L_1}}$. In obigem Beispiel (Fig. 29 und 31) ist etwa $(\overline{\mathfrak{E}} - e_b) = 500$ Volt, also $\overline{J_1} = 500 \sqrt{\frac{5 \cdot 10^{-9}}{5 \cdot 10^{-5}}} = 5$ Amp. Bei einem anderen Versuch war L_1 kleiner. Es bestand aus 40 engen Windungen Kupferband von 1 cm Breite und 0,1 mm Dicke. Der Strom J_1 wurde so stark, daß die Paraffinisolation in kurzer Zeit weich wurde. Dabei betrug der Gleichstrom Bruchteile eines Ampere. Durch Wahl von L_1 kann man J_1 und T_1 jede beliebige Größe erteilen, ohne dadurch den Vorgang in der zweiten Periode zu beeinflussen.[1]) Da man im besonderen durch kleines L_1 auch T_1 beliebig kleine Werte erteilen kann, so hängt die Höhe der Frequenz wesentlich nur von T_2 ab. Unter Hinzuziehung der vorigen Betrachtung über gute Resonanz kann man daher sagen:

Die Bedingung sowohl für hochfrequente als auch für resonanzfähige Schwingungen ist, daß der Lichtbogen nur kurze Zeit erloschen bleibt. Die Schwingungen nähern sich dann dem ersten Typus, bei dem sie fast rein sinusförmig sind (Fig. 29 u. 31).

§ 41. **Leistungsfähigkeit bei hohen Frequenzen.** Dieser Bedingung genau entgegengesetzt ist aber die Bedingung einer großen Leistungsfähigkeit der Schwingungen, z. B. der Möglichkeit, durch Strahlung größere Energiemengen abzugeben. Wie oben ausgeführt, hängt die Leistungsfähigkeit quadratisch von der Höhe des Zündungspotentials ab, und dies wird wesentlich durch die Dauer der

1) Der Unterschied zwischen Fig. 29 und 31 einerseits und Fig. 30 und 32 andererseits liegt hauptsächlich in dem 25mal so großen L_1.

Digitized by Google

zweiten Periode beeinflußt. Je länger der Lichtbogen erloschen bleibt, desto mehr kühlen sich die Elektroden ab und desto mehr verschwindet die Ionisation der Lichtbogenstrecke, desto höher steigt also das Zündungspotential an. Eine Verkürzung der zweiten Periode ist also notwendig mit einer Herabsetzung des Zündungspotentials und damit der Amplitude J_1 der Schwingungen verbunden. *Hochfrequente resonanzfähige und gleichzeitig leistungsfähige Schwingungen kann man daher nur erhalten, wenn das Zündungspotential in einer äußerst kurzen Zeit nach dem Erlöschen (Bruchteilen der gesamten Schwingungsdauer) hohe Werte erreicht.* Hierzu dürften die folgenden Mittel besonders geeignet sein:

1. Die Verwendung von Metallelektroden, die die Wärme schnell ableiten, besonders, wenn sie gekühlt werden.[1])
2. Das Entfernen der ionisierten Lichtbogenstrecke durch einen Blasemagnet, durch einen Luftstrom, der auch die Elektroden kühlt, oder durch das Brennen in einem Gase mit großer Diffusionsgeschwindigkeit (Wasserstoff).[2])
3. Ganz besonders alle Vorrichtungen, die bewirken, daß das neue Zünden an einer neuen Stelle erfolgt, an der die Elektroden noch kalt sind oder noch keine ionisierte Gasstrecke vorhanden ist.

Dies kann einmal durch Anwendung eines Magnetfeldes geschehen, das entweder den Lichtbogen dauernd herumtreibt, oder ihn wie beim Ruhmer-Unterbrecher auf eine andere Stelle bläst, während die Neuzündung an der alten Stelle erfolgt, oder aber dadurch, daß die alte Zündstelle einer Elektrode sehr schnell entfernt wird, die eine Elektrode z. B. aus einer sehr schnell rotierenden Scheibe besteht.[3]) Gibt man dieser Scheibe noch einen gewellten Rand, und bewegt sie so schell, daß bei jedem Zünden gerade ein Vorsprung, bei jedem Erlöschen gerade eine Vertiefung der anderen Elektrode gegenübersteht, so hat man nichts anderes vor sich als den S. 26 beschriebenen Resonanzunterbrecher. Dieser hat vor dem gewöhnlichen selbsttönenden Lichtbogen den großen Vorzug, regulierend auf den Moment der Zündung einzuwirken. Die Zündspannung ist nämlich eine sehr leicht veränderliche Größe, und da diese die Dauer der zweiten Periode be-

1) H. Th. Simon, Phys. Zs. 7, 445, 1906.

2) Ebenda. Poulson, E. T. Z. 27, 1040, 1906.

3) Diese mir besonders gut scheinende Methode hat schon S. G. Brown angewandt. Vergl. Electrician 58, 201, Nov. 1906.

Digitized by Google

stimmt, so werden die leistungsfähigen Schwingungen zweiter Art leicht eine unregelmäßige Schwingungsdauer besitzen, die Resonanzversuche stark beeinträchtigen muß.

β) Stabilität der Schwingungen.

Bei den ganzen Betrachtungen bis jetzt wurde immer das Bestehen einer stationären Schwingung vorausgesetzt. Es bleibt aber noch zu untersuchen, einerseits was zum Entstehen eines solchen stationären Zustandes nötig ist, andererseits unter welchen Umständen er dauernd bestehen bleibt.

§ 42. **Das Entstehen der Schwingungen.** Was das Entstehen anbetrifft, so ist eine Gleichstromlage stets stabil gegen kleine Schwingungen, wenn die Charakteristik um die betreffende Stelle nicht abfällt. Dies ist aber für größere Stromstärken besonders bei Metallen immer der Fall.[1]) Das bedeutet: Wenn der Lichtbogen ruhig brennt und man dann den Kapazitätskreis ihm parallel schaltet, so entstehen von selbst keine Schwingungen. Um die Schwingungen anzuregen, bedarf es einer starken Störung des Gleichstromes, wie man einem Uhrpendel erst einen erheblichen Ausschlag erteilen muß, ehe es dauernd in Gang bleibt. Die Störung muß so stark sein, daß der Lichtbogen lange genug zum Auslöschen gebracht wird, daß das Zündungspotential hinreichend hoch steigt. Wird umgekehrt beim Bestehen der Schwingungen durch irgendeine Unregelmäßigkeit das Auslöschen des Lichtbogens verhindert, so wird der Lichtbogen von da ab ruhig weiter brennen, ohne Schwingungen zu erzeugen. Nur bei fallender Charakteristik, d. h. bei kleinen Stromstärken, bilden sich Schwingungen vom ersten Typus, die weiter in den zweiten Typus übergehen können. Sonst kann man die Störung, die die Schwingungen wieder in Gang bringt, dadurch erzeugen, daß man den Strom unterbricht und dann den Lichtbogen neu zünden läßt. Selbsttätig kann man diese Störung z. B. durch einen starken Magneten hervorbringen, der den ruhig brennenden Lichtbogen ausbläst.

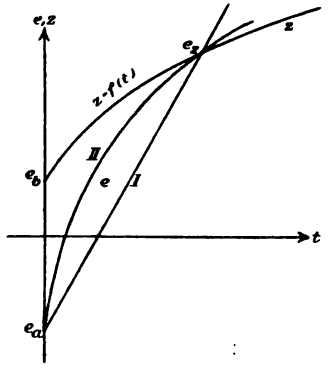
§ 43. **Zündcharakteristik.** Was zweitens die Stabilität einer so erregten Schwingung anbetrifft, so ist für diese das Verhalten des Zündungspotentials maßgebend. Wenn am Ende der ersten

1) Vergl. jedoch S. 67 Anm. 1.

Digitized by Google

Periode der Lichtbögen auslöscht, so tritt folgendes ein: Die Temperatur der Elektroden und die Ionisation der Gasstrecke nehmen mit wachsender Zeit ab, d. h. die Zündspannung steigt mit wachsender Zeit an. Man kann sich dies Ansteigen graphisch durch eine Kurve $z = f(t)$, die die Zündcharakteristik genannt sei, veranschaulichen (Fig. 37). Für $t = 0$ ist $z = e_b$. Von da an steigt z mit der Zeit dauernd an, bis das statische Entladungspotential erreicht ist und z konstant bleibt. Der genauere Verlauf der Zündcharakteristik hängt von der Wärmeleitung der Elektroden, der Bogenlänge und anderem ab. Er wird sich auch etwas mit der Intensität und Dauer der Schwingung während der ersten Periode ändern, da die Elektroden dadurch mehr oder weniger stark erwärmt werden. Andererseits nimmt die Spannung am Lichtbogen mit wachsender Zeit ebenfalls zu. Es findet gewissermaßen ein Wettlauf zwischen beiden statt. Die Zündung tritt ein, wenn die wachsende Spannung am Lichtbogen die wachsende Zündspannung überholt. Der zeitliche Verlauf der Lichtbogenspannung ist der in den Fig. 29—33 enthaltene. Für $t = 0$ ist die Lichtbogenspannung gleich e_a, das häufig negativ ist. Daher hat die Zündspannung zu Anfang einen Vorsprung um $e_b - e_a$, der von $e_x - e_b$ um so weniger abweicht, je weniger die Schwingungen gedämpft sind. Das Anwachsen der Lichtbogenspannung hängt nur von der Größe der Kapazität und dem Ladestrom J_0 ab. Die Neigung α der e-Kurve bestimmt sich aus

Fig. 37.



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{de}{dt} = \frac{d\mathfrak{E}}{dt} = \frac{J_0}{C}.$$

Je größer J_0 und je kleiner C ist, desto steiler steigt die Kurve an. In Fig. 37 ist einmal der Fall gezeichnet, daß J_0 durch eine große Selbstinduktion L_0 konstant gehalten wird, was dem geradlinigen Anstieg I entspricht, dann der Fall, daß $L_0 = 0$ ist, der Ladestrom J_0 in der Exponentialfunktion $\varepsilon^{-\frac{t}{W_0 C}}$ abnimmt (Kurve II). Es wird weiter unten gezeigt, daß im stationären Zustande die

Digitized by Google

Zündcharakteristik stets in der Art von Fig. 37 geschnitten werden muß, in der die Gerade I einen viel schärferen Schnitt als die Kurve II gibt. Daraus folgt: *Bei großer Vorschaltselbstinduktion L_0 wird die Dauer T_2 viel weniger von Unregelmäßigkeiten in der Zündspannung beeinflußt.* Im folgenden sei großes L_0 vorausgesetzt.

§ 44. **Indifferente Linie.** Wenn eine Zündung bei einer bestimmten Höhe e_x erfolgt ist, so ist die bei dem darauf folgenden Auslöschen am Lichtbogen auftretende Spannung e_a durch die Größe

Fig. 38.

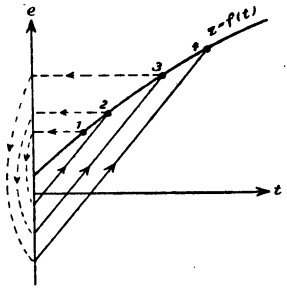
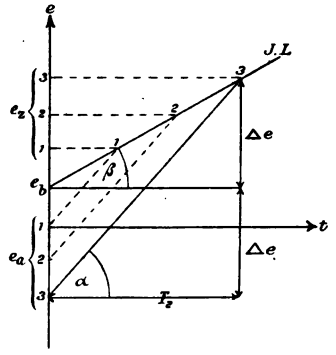


Fig. 39.



von e_x bestimmt. Ein stationärer Zustand besteht nur, wenn das Anwachsen der Lichtbogenspannung e in der zweiten Periode von e_a aus so schnell erfolgt, daß die Zündspannung gerade an der alten Stelle e_x überholt wird. Würde die Zündung später, bei höherem z erfolgen, so würde die Schwingungsamplitude $\overline{\mathfrak{E}}$ resp. $\overline{J}_1$ größer, e_a würde tiefer rücken (Fig. 38). Dadurch wird die zweite Periode T_2 größer, die Zündung findet noch später statt, bei noch höherem e_x. Dem entspricht ein tieferes e_a, ein längeres T_2 und noch höheres folgendes e_x usw. Würde dagegen die Lichtbogenspannung bei größerem J_0 oder kleinerem C so schnell ansteigen, daß die Zündspannung schon vor dem alten Werte e_x überholt wird, so wird umgekehrt die Dauer T_2 der zweiten Periode mit jedem Male kürzer, e_x, e_a und die Schwingungsamplitude kleiner werden.

Man kann sich nun eine Zündcharakteristik denken, bei der für bestimmtes $\frac{J_0}{C}$ gerade der stationäre Zustand besteht, daß

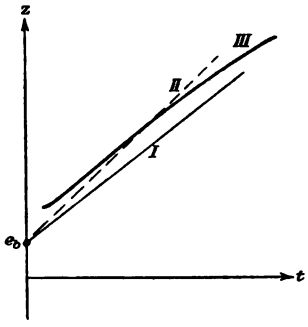
Digitized by Google

die neue Zündung wieder bei demselben e_z erfolgt, und zwar für beliebige Größen von e_z. Diese Zündcharakteristik heiße die „indifferente Linie". In Fig. 39 ist sie z. B. für den Fall ungedämpfter Entladeschwingungen konstruiert, für die $e_z - e_b = e_b - e_a = \triangle e$ ist. Jedem Wert 1, 2, 3 von e_z entspricht ein Wert von e_a. Geht man von diesen Werten aus unter dem durch $\operatorname{tg} \alpha = \frac{J_0}{C}$ bestimmten Winkel in die Höhe, so muß diese Linie die indifferente Linie in einem Punkte schneiden, dessen Höhe gleich dem ursprünglichen e_z ist. Man erhält im vorliegenden Falle eine Gerade als indifferente Linie. Ihre Neigung β ist bestimmt durch $\operatorname{tg} \beta = \frac{\triangle e}{T_2}$, oder, da $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2 \triangle e}{T_2}$ ist, $\operatorname{tg} \beta = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{2} = \frac{J_0}{2C}$, d. h. die Neigung der indifferenten Linie ist um so größer, je größer der Gleichstrom J_0 ist. Für den Fall gedämpfter Schwingungen rücken die den e_z-Werten entsprechenden Werte von e_a höher hinauf. Für größere Schwingungen, denen größeres e_z entspricht, kann man setzen $e_z - e_b = \delta (e_b - e_a)$, wobei δ konstant und größer als 1 ist. Die indifferente Linie ist wieder eine Gerade, die nur entsprechend dem Höherrücken der e_a-Werte steiler geneigt ist. Wie oben findet man $\operatorname{tg} \beta = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 + 1/\delta} = \frac{\delta J_0}{(1 + \delta) C}$. Bei kleinem e_z liegt e_a noch höher, als es dem obigen Ansatz entspricht. Eine Grenze für die Werte von e_z besteht darin, daß schließlich $e_a = e_b$, also $\delta = \infty$ wird (Fig. 31). Ist e_z noch kleiner, so findet kein Auslöschen des Lichtbogens statt. Ferner ist im allgemeinen nicht J_0, sondern E und W_0 konstant. Bei größeren gedämpften Schwingungen, bei höheren e_z-Werten wird aber auch die mittlere Lichtbogenspannung e_0 größer und daher J_0 kleiner. Berücksichtigt man dies in der indifferenten Linie, so müssen die größerem e_z entsprechenden Punkte dadurch weiter nach rechts rücken. In Fig. 40 ist gezeichnet, wie sich die indifferente Linie hiernach etwa durch die Dämpfung ändert. I stellt den Verlauf ohne Dämpfung dar, II den Verlauf, wenn streng $e_z - e_b = \delta (e_b - e_a)$ wäre und J_0 konstant bliebe. III ist die Kurve, wie sie bei konstantem E und W_0 etwa sein wird. Für größeres e_z entfernt sich III um so weiter von II, je kleiner die Betriebsspannung E ist. Besonders tief muß sich III neigen, wenn L_0 klein ist, so daß der sonst geradlinige Anstieg von e in einer Exponentialfunktion erfolgt.

Digitized by Google

Würde die tatsächliche Zündcharakteristik mit der indifferenten Linie ganz zusammenfallen, so würde jede, durch einen äußeren Anstoß erregte Schwingung beliebiger Amplitude sich im stationären Zustande befinden, indem jede neue Zündung bei dem alten e_x erfolgt. Fallen beide Kurven dagegen nicht zusammen, so ist ein stationärer Zustand nur in den möglicherweise vorhandenen Schnittpunkten möglich. In allen übrigen Punkten müssen die Schwingungen entweder anwachsen oder abnehmen, je nachdem die neue Zündung bei höherem oder tieferem e_x als die vorhergehende erfolgt. Ersteres findet statt, wenn die Zündcharakteristik höher liegt, als die indifferente Linie, letzteres, wenn sie tiefer liegt. In den Fig. 41 und 42 ist durch Pfeile angedeutet, in welcher Richtung sich die Zündung längs der Zündcharakteristik verschieben würde. Der vorliegende Fall ist die völlige Analogie zu der § 24 besprochenen Gleichstromstabilität. Was dort die Charakteristik, ist hier die Zündcharakteristik, was dort die Widerstandslinie, ist hier die indifferente Linie. Letztere stellen beide den geometrischen Ort für die Punkte dar, in denen ein Zustand stationär bleiben kann. Sie stellen zwischen den Gebieten, in denen eine Verschiebung nach der einen und nach der anderen Richtung erfolgt, die „indifferente" Grenze dar. Genau wie beim Gleichstrom muß man auch hier stabile und labile Schnittpunkte unterscheiden. *Die Bedingung für die Stabilität einer Schwingung ist, daß die indifferente Linie am Schnittpunkt stärker geneigt ist, als die Zündkurve.* Fig. 41 stellt daher einen stabilen, Fig. 42 einen labilen Schnittpunkt dar. Im ersteren Falle würde nämlich bei einer Vergrößerung oder Verkleinerung der Schwingung sich von selbst der alte Zustand wieder herstellen. In dem Fig. 42 entsprechenden Falle wird dagegen bei der geringsten Verkleinerung der Schwingung die Zündung dauernd bei niedrigeren Zündspannungen erfolgen, bis schließlich die Schwingungen so klein werden, daß sie den Lichtbogen nicht mehr zum Auslöschen bringen und der Lichtbogen ohne Schwingungen brennt, resp. Schwingungen vom ersten Typus eintreten. Ebenso wird bei der geringsten Vergrößerung der Schwin-

Fig. 40.



Digitized by Google

gungen die Zündung dauernd bei höheren Zündspannungen erfolgen, die Schwingungen werden so lange anwachsen, bis sie sich auf einen weiter wegliegenden stabilen Schnittpunkt einstellen, oder bis schließlich keine Zündung mehr erreicht wird und der Lichtbogen dauernd erlischt. Bei großem L_0 tritt dies ein, wenn die mittlere Lichtbogenspannung $e_0 = \frac{1}{T}(e_b T_1 + \frac{e_x + e_a}{2} T_2)$ (vergl. S. 79), bei kleinem L_0, wenn die erreichte Zündspannung e die Höhe der Betriebsspannung E überschreitet.

Fig. 41.

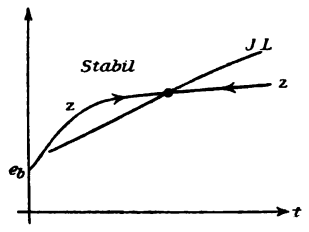
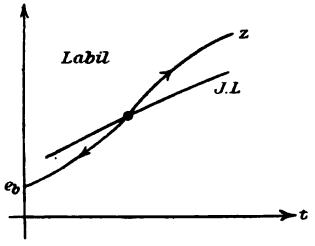


Fig. 42.



§ 45. **Folgerungen.** Da die indifferente Linie stets flacher oder wenigstens ebenso flach verläuft, wie eine vom Punkte e_b ausgehende Gerade (Fig. 40), so folgt, daß man einen stabilen Schwingungszustand nur in Punkten erzielen kann, in denen die Neigung der Zündcharakteristik geringer ist, als sie im Mittel vorher war. Die Bedingung der Stabilität gibt demnach zu der S. 86 aufgestellten Forderung die Zusatzbedingung, *daß die Zündspannung, nachdem sie in einer äußerst kurzen Zeit sehr schnell auf einen hohen Wert gestiegen ist, von da ab möglichst wenig mehr mit der Zeit ansteigen darf.* Danach müssen besonders die Mittel vorteilhaft sein, die ein Zünden an einer neuen, noch kalten Stelle bewirken. Dadurch ist sofort vom ersten Augenblick an die Zündspannung schon hoch; auch wird sie sich mit der Zeit nur wenig ändern. Im übrigen dürften kleine Bogenlängen stabilere Schwingungszustände ergeben, da bei ihnen das statische Entladungspotential, der endgültige Zustand der Zündspannung tiefer liegt und schneller erreicht wird. Dafür spricht wenigstens, daß mir die Erzeugung schnellerer stabiler Schwingungen zweiter Art nur bei ganz kleiner Bogenlänge, meist unter 1 mm, gelang. — Wird eine labile Schwingung durch einen äußeren Anstoß erregt, so nehmen die Amplituden

Digitized by Google

entweder ab, bis der Lichtbogen ruhig brennt oder Schwingungen erster Art bestehen, oder sie nehmen zu, bis keine Zündung mehr eintritt. In letzterem Falle wird der Strom J_0 immer kleiner, die zweite Periode T_2 immer länger, die Zündspannung e_z immer höher. Dies konnte ich bei meinen Versuchen häufig bestätigen. Die Schwingungen waren anfangs so schnell, daß man keinen oder nur einen sehr hohen Ton wahrnahm. Der Ton wurde dann immer tiefer, bis schließlich bei ganz tiefen unreinen Tönen der Lichtbogen erlosch. Ließ ich vermittelst eines Tesla-Transformators, durch dessen Primärspule die Schwingungen gingen, eine Geissler-Röhre zum Leuchten bringen, die in der Mitte stark verengt war, und betrachtete ich diese Stelle im bewegten Spiegel, so erschien ein der Fig. 43 ähnliches Bild. Die Striche entsprechen dem Aufleuchten der Röhre bei der Entladung. Die dunklen Zwischenräume, die am Schluß ganz regelmäßig immer größer werden, entsprechen der immer länger werdenden zweiten Periode der Schwingungen. Daß dies Abklingen der Schwingungen bei mir verhältnismäßig lange dauerte, lag daran, daß ich als L_0 die Sekundärspule eines Transformators von 50 Henry benutzte. Ein Auslöschen konnte nicht eher stattfinden, als bis die große „kinetische Energie“ $\frac{L_0 J^2_0}{2}$ verbraucht war. Die letzten Zündungen fanden oft bei sehr hohen Spannungen statt, so daß am Stative oder in der Selbstinduktion L_1 Funken übersprangen, trotzdem die Betriebsspannung E nur 220 Volt betrug.

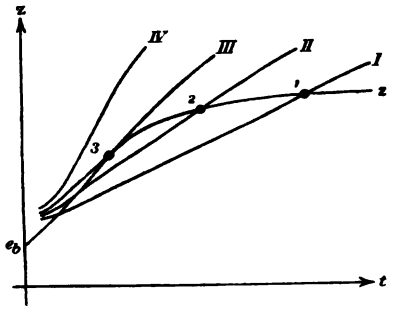
Fig. 43.

Wenn die Zündspannung das statische Entladungspotential erreicht hat, so verläuft die Zündcharakteristik horizontal, wird also von einer ansteigenden indifferenten Linie in einem stabilen Schnittpunkte geschnitten. Derartig langsame Schwingungen, daß dies stattfindet, kann man daher mit genügend hoher Betriebsspannung E stets stabil herstellen, indem man durch hinreichenden Vorschaltwiderstand W_0 den Strom J_0 genügend klein hält. Vergrößert man jetzt J_0 durch Ausschalten von Widerstand W_0, so entspricht dem ein immer steiler werdendes Ansteigen der indifferenten Linie (Fig. 44, I—IV). Der Schnittpunkt rückt nach links, d. h. das Zünden findet früher statt, die Frequenz wird größer,

Digitized by Google

die Schwingungsamplitude entsprechend dem abnehmenden e_x kleiner. Schließlich verläuft die indifferente Linie (IV) so steil, daß es keinen Schnittpunkt mehr gibt, d. h. *es gibt eine maximale Grenzstromstärke J_0, über die hinaus keine dauernden Schwingungen zweiter Art mehr bestehen können.* Diese ist dadurch bestimmt, daß die ihr entsprechende indifferente Linie die Zündcharakteristik tangiert. Dieses Aufhören der Schwingungen ist analog dem sogen. Inaktivwerden von Funkenstrecken, das von Simon und Reich[1]) auch bei Lichtbogenschwingungen schon beschrieben wurde. Bei Kohleelektroden konnte ich es häufig beobachten. Durch eine ganz geringe Vergrößerung von J_0 ging der vorher unreine Ton des selbsttönenden Lichtbogens zweiter Art plötzlich in einen viel höheren reinen Ton über, ein Zeichen, daß Schwingungen erster Art bestanden. Auch war dies an der sprunghaften Änderung der Charakteristik in der Braunschen Röhre gut zu verfolgen. Auch bei Eisenelektroden erhielt ich Schwingungen nur für ein scharf begrenztes Gebiet von J_0. So trat einmal für $J_0 < 0{,}4$ Amp. stets allmähliches Anwachsen der Schwingungen und schließlich Auslöschen des Lichtbogens ein. Für $0{,}4 \text{ Amp.} < J_0 < 0{,}75$ Amp. fanden starke Schwingungen statt, für $J_0 > 0{,}75$ Amp. brannte der Lichtbogen, ohne daß Schwingungen auftraten.

Fig. 44.



d) Dritter Typus.

§ 46. **Beschreibung.** Wenn die am Ende der ersten Periode am Lichtbogen auftretende Spannung e_a große negative Werte besitzt (Fig. 29 und 30 S. 73), so wird der Lichtbogen im allgemeinen nicht erlöschen, sondern sofort in umgekehrter Richtung wiederzünden. Man hat es dann mit der dritten Schwingungsart zu tun, von denen die gewöhnlichen oszillatorischen Funkenentladungen ein spezieller Fall sind. Diese treten besonders typisch auf, wenn J_0 sehr klein ist und e_x hoch liegt (dem Fig. 30 entsprechenden Fall).

1) H. Th. Simon und M. Reich, Phys. Zs. 4, 364 u. 737, 1903.

Digitized by Google

Nach dem Zünden entsteht eine größere Zahl abklingender Schwingungen, bis die Kapazität nahezu entladen ist. Wegen der bei kleinem J_0 stets fallenden Charakteristik löscht der Lichtbogen dann aus und nach einer längeren Pause des Ladens setzt die folgende Entladung ein. Ist dagegen J_0 nicht klein gegen J_1 (wie es etwa Fig. 29 entspricht), so könnte ein Verlauf eintreten, wie er in Fig. 45 schematisch für $W_1 = 0$ gezeichnet ist.[1]) Die trotzdem auftretende Dämpfung der Entladeschwingungen rührt von dem zweimaligen Rückzünden des Lichtbogens her. Alles für die Schwingungen zweiter Art Gesagte gilt im wesentlichen auch für diese dritter Art. So erhält man hochfrequente und resonanzfähige Schwingungen nur bei kurzer Dauer der zweiten Periode. Die Leistungsfähigkeit hängt von der Höhe des Zündungspotentials ab. Auch die Stabilitätsbetrachtungen, die ja nur von dem mit den Schwingungen des zweiten Typus identischen Vorgange während der zweiten Periode abhängen, lassen sich ohne weiteres übertragen. Da die am Anfang der zweiten Periode auftretende Spannung e_a am Lichtbogen stets klein ist — sonst würde ja eine neue Zündung erfolgen —, so gelten dieselben Gesetze, wie bei stark gedämpften Schwingungen zweiter Art, bei denen auch e_a klein ist.

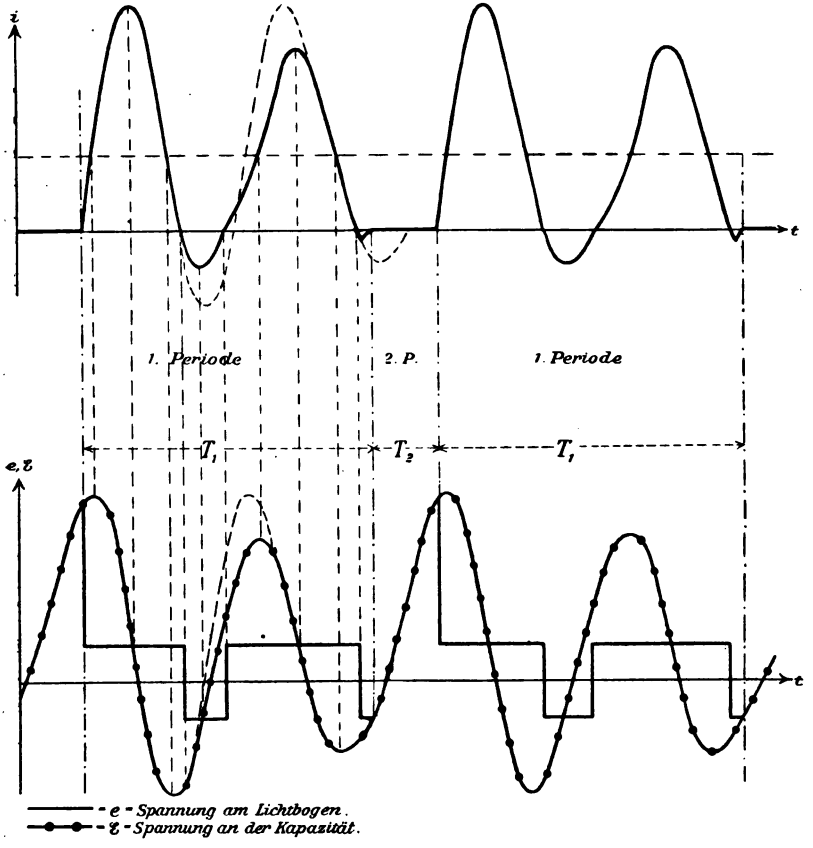
§ 47. **Stabilität.** In dem in Fig. 45 gezeichneten Falle reicht die letzte Schwingung der ersten Periode eben noch aus, den Lichtbogen auszulöschen. Im nicht stationären Zustande muß daher bei abnehmender Amplitude die letzte Schwingung der ersten Periode sehr bald so klein werden, daß sie kein Auslöschen mehr zustande bringt. Bei zunehmender Amplitude wird bald eine weitere Rückzündung während der ersten Periode hinzukommen, die aber so schwach ist, daß die folgende Schwingung den Lichtbogen nicht mehr auslöscht. In beiden Fällen geht also der Lichtbogen in den ruhig brennenden Zustand resp. in Schwingungen erster Art über. Mit einem gewöhnlichen Lichtbogen bei einer Stromstärke J_0, bei der die Charakteristik nicht abfällt, dürfte sich daher ein stationärer Zustand, wie er in Fig. 45 gezeichnet ist, kaum verwirklichen lassen. *Man muß daher die Rückzündung nach Möglichkeit vermeiden, da sie zum mindesten ein unregelmäßiges Verhalten des Lichtbogens bedingen muß.* Wenn freilich, wie beim Resonanzunterbrecher, regulierend auf die Dauer der Perioden eingewirkt wird, so kann man leicht während der ersten Periode,

1) Vergl. auch die Kurven bei Blondel (l. c.), besonders Fig. 52 S. 101.

Digitized by Google

wo der Unterbrecher geschlossen ist, mehrere Schwingungen verstreichen lassen, ehe der Unterbrecher geöffnet wird, und die zweite Periode einsetzt. Dies hat den Vorteil, daß man die Frequenz der Schwingungen dadurch um das Mehrfache erhöht.

Fig. 45. $W_1 = 0$, $L_0 = \infty$; Rückzünden.



Das Rückzünden kann man nach Simon[1]) verhindern einerseits durch einen unsymmetrischen Lichtbogen, der in entgegengesetzter Richtung schwerer oder gar nicht zündet, oder aber durch hinreichende Dämpfung. Man beachte, wie in Fig. 32 und noch mehr in Fig. 31 im Gegensatz zu den ungedämpften Fällen

1) H. Th. Simon, D. R. P. Nr. 156364; Phys. Zs. 4, 737, 1903.

Digitized by Google

Fig. 29 und 30 die „Rückzündspannung“ e_a geringer geworden ist. Bei Fig. 31 ist e_a sogar positiv, so daß ein Rückzünden unmöglich ist. Es sei bemerkt, daß ich bei fast allen Versuchen, auch denen mit Eisenelektroden, bei denen Spannungsschwankungen von über 1000 Volt am Lichtbogen auftraten, ein Rückzünden nicht bemerkte. Da ich mit der Braunschen Röhre nur stationäre Zustände beobachten konnte, so deutet dies in der Tat darauf hin, daß man stationäre Schwingungen vom dritten Typus nicht leicht erhalten kann.

Alle hier abgeleiteten Resultate sollen im wesentlichen nur darauf aufmerksam machen, was beim selbsttönenden Lichtbogen von besonderem Einfluß ist. Nach meinen vorläufigen Experimenten gibt es zwar spezielle Fälle, die genau den hier theoretisch abgeleiteten Fällen gleichen; im allgemeinen stellen die Betrachtungen aber nur einen Normalfall dar, gewissermaßen ein möglichst einfaches Modell, an dem man sich die wichtigsten Erscheinungen veranschaulichen kann. Wie weit praktisch bei den verschiedensten Versuchsbedingungen Abweichungen entstehen, läßt sich nur durch eine genauere experimentelle Untersuchung klarlegen.

II. Mechanische Schwingungen.

A. Allgemeine Betrachtungen.

§ 48. **Größere Komplikation.** Die große Analogie zwischen den Größen, die in der Elektrizitätslehre und in der Mechanik auftreten, wurde schon im § 2 hervorgehoben, wo auch die benutzten Abkürzungen zusammengestellt sind. Freilich gestalten sich die mechanischen Erscheinungen meist bedeutend komplizierter als die elektrischen. Alle wichtigen elektrischen Schwingungen konnte man unter dem Bilde quasistationärer Ströme darstellen. Bei diesen fließt in einem unverzweigten Leiter überall der gleiche Strom für jeden Zeitmoment. Die Ströme, sowie die elektromotorischen Kräfte sind Skalare, sie ändern sich nur mit der Zeit, und nur ihrer Größe nach, die Bewegungsgleichungen sind totale Differentialgleichungen. Bei den mechanischen Erscheinungen ist eine so einfache Darstellung nur in speziellen Fällen möglich. Im all-

Digitized by Google

gemeinen muß man die Kräfte und Geschwindigkeiten als Vektoren auffassen. Sie ändern sich nicht nur ihrer Größe, sondern auch ihrer Richtung nach. Meist hat man es sogar mit Vektorfeldern zu tun, bei denen es wesentlich auf die Veränderung der Vektorgröße von Ort zu Ort ankommt. Die Bewegungsgleichungen sind dann partielle Differentialgleichungen, indem zugleich die zeitliche und örtliche Veränderung in Betracht kommt.

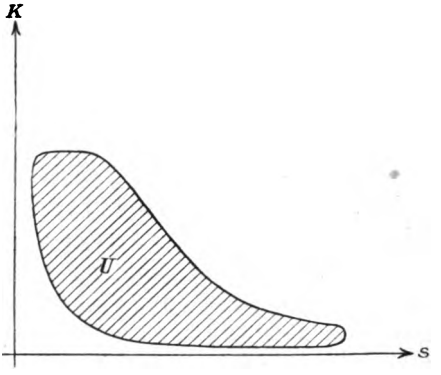
§ 49. **Eine besondere Art, Schwingungen zu erzeugen.** Diese Komplikation bei den mechanischen Erscheinungen macht die Untersuchung bedeutend schwieriger und gestattet auch keine so geschlossene Darstellung der möglichen Schwingungserscheinungen. Schon die Definition und Abgrenzung des Begriffes „Schwingungen" ist keine so einfache. Ein gleichmäßig über eine Wasseroberfläche streichender Wind erzeugt auf dem Wasser Wellen, ein gleichmäßig ausfließender Flüssigkeitsstrahl teilt sich in regelmäßige Tropfen. Beides sind periodische Erscheinungen, durch die man weitere Schwingungen erzeugen kann, indem z. B. fallende Quecksilbertropfen einen elektrischen Kontakt schließen und so einen Wechselstrom erzeugen. Wenn man aber einen einzelnen fallenden Tropfen oder einen einzelnen fortschreitenden Wellenberg verfolgt, so stellt dieser keinen Schwingungsvorgang dar. Ein solcher wird erst durch die Wirkung der fortschreitenden Bewegung auf einen festen Standpunkt hervorgerufen, wie man ein Kartonblatt durch Anstreichen seines Randes mit einem Kamm in Schwingungen versetzen kann. In ähnlicher Weise wird auch das Uhrpendel durch die kontinuierliche Folge der Zähne des Triebrades in dauernder Schwingung unterhalten. Bei diesen Schwingungen besteht die Periodizität zunächst als eine örtliche (die aufeinander folgenden Zähne des Kammes oder Triebrades). Erst durch die Bewegung wird sie in eine zeitliche, eine Schwingung verwandelt. Solche Erscheinungen sollen weiterhin ausgeschlossen und nur Fälle betrachtet werden, bei denen durch eine an sich unperiodische Energiequelle eine Schwingung hervorgerufen oder unterhalten wird.

§ 50. **Die analogen Sätze I und II.** Der dem Satz I analoge lautet bei den mechanischen Schwingungen, daß die unperiodische Kraft eine Steuerung erfahren muß. Er hat hier aber nicht entfernt die fundamentale Bedeutung wie dort. Bei den elektrischen Systemen waren Änderungen der Größe einer e.m. Gegenkraft nur

Digitized by Google

durch Änderungen eines Wechselwiderstandes möglich, die e.m. Kräfte konnten als konstant betrachtet werden. Daher war eine erschöpfende Darstellung durch die Untersuchung aller Änderungsmöglichkeiten eines Wechselwiderstandes gegeben. Bei den mechanischen Schwingungen ist etwas derartiges nicht möglich. Dies beruht darauf, daß die Änderung einer auf das System wirkenden mechanischen Kraft nicht nur durch die Änderung der Größe der Kraft, sondern auch durch eine Richtungsänderung oder durch Verschiebung ihres Angriffspunktes erfolgen kann. Die dazu benutzten häufig sehr komplizierten Steuerungsmechanismen sind sehr mannigfaltiger Art und lassen sich nicht in einen analogen Ausdruck wie die Änderung eines Wechselwiderstandes zusammenfassen.

Fig. 46.



Wichtiger ist schon der zu Satz II analoge, daß die durch Reibung oder sonstwie den Schwingungen entzogene Energie ihnen wieder ersetzt werden muß. Bedeutet K die auf das System in Richtung der Bewegung wirkende, d. h. treibende Kraftkomponente, so lautet diese Bedingung:

Die Steuerung muß eine derartige sein, daß

$$U = \int_0^T K\,ds = \int_0^T K v\,dt > 0$$

wird, d. h. es muß die Kraft K im Mittel größer sein, wenn sich das System in Richtung der Kraft bewegt (ds resp. $v > 0$), als wenn es sich ihr entgegen bewegt (ds, resp. $v < 0$).[1]) II

Wie bei den elektrischen Schwingungen Seite 9 angegeben, so kann man sich auch hier diese Bedingung durch das Energiediagramm graphisch veranschaulichen, indem man in einem K, s-Koordinatensystem die zusammengehörigen Werte von K und s aufträgt (Fig. 46). Der von der Kurve eingeschlossene Flächen-

1) Man beachte, daß der Stromstärke i die Geschwindigkeit v, dem Ausschlag s die Elektrizitätsmenge q analog ist.

Digitized by Google

inhalt stellt dann die an die Schwingung abgegebene Energie U dar. Wie man bei der Dampfmaschine, die ja auch eine periodische Bewegung erzeugt, die Aufnahme eines solchen Indikatordiagrammes ausführt, dürfte bekannt sein. Man erkennt aus der Figur, daß *die Kraft K keine eindeutige Funktion des Ausschlages s sein*
IIa *darf, d. h. beim Hin- und Rückweg darf K nicht überall für dasselbe s den gleichen Wert annehmen.*[1]) Sonst artet das Energiediagramm in eine Linie aus, der eingeschlossene Flächeninhalt wird Null. Für sinusförmige Schwingungen bedeutet das: *Die Kraft K darf nicht mit dem Ausschlag s, dagegen muß sie möglichst mit der Geschwindigkeit* $v = \frac{ds}{dt}$ *in Phase, also gegen s um eine Viertelperiode verzögert sein.*

§ 51. **Bedeutung der Eigenschwingung.** Weiter ist zu untersuchen, wodurch das System in seinen alten Zustand wieder zurückkehrt. Dies kann einmal durch eine geeignete Steuerung geschehen, wie bei der Dampfmaschine, bei der der von der anderen Seite einströmende Dampf den Kolben wieder zurückschiebt, andererseits dadurch, daß das System eine Eigenschwingung besitzt, d. h. daß es nach einem einmaligen Impulse selbständig eine periodische gedämpfte Bewegung ausführt. Dazu ist notwendig, daß die kinetische Energie bei Umkehr der Bewegung der Schwingung erhalten bleibt, was für gewöhnlich dadurch geschieht, daß sie sich in potentielle Energie umsetzt, eine Erscheinung, wie sie beim Pendel und anderen Schwingungen hinlänglich bekannt ist. Die potentielle Energie ist meist elastischer Art. Man pflegt daher die Kräfte, die bei Eigenschwingungen die Umkehr bewirken, als quasielastische Kräfte zu bezeichnen. Beim Pendel ist es z. B. die Schwerkraft. Die Bezeichnung, daß ein System quasielastische Kräfte besitzt, dürfte identisch sein mit der, daß es Eigenschwingungen ausführen kann. — Eine besondere Art der Eigenschwingung ist die Rotation. Man kann diese auffassen als Koppelung zweier zueinander senkrechter und in der Phase um $^1/_4$ Periode verschobener Schwingungen. Die kinetische Energie der einen Schwingung setzt sich nicht in potentielle, sondern in die kinetische Energie der anderen Schwingung um. Die auch hier vorhandenen quasielastischen Kräfte, die der Zentrifugalkraft das

1) Dies ist schon mehrfach, z. B. von Helmholtz und Rayleigh, ausgesprochen worden.

Digitized by Google

Gleichgewicht halten, treten gar nicht in Aktion. Oft kann man einen ganz kontinuierlichen Übergang zur gewöhnlichen Schwingung herstellen, wie beim Kugelpendel oder der schwingenden Saite, die lineare, elliptische und kreisförmige Schwingungen ausführen können. Letztere sind mit der Rotation identisch. Besonders sieht man bei diesem kontinuierlichen Übergange gut, wie die quasielastischen Kräfte, deren Vorhandensein stets die Änderung der Bewegungsrichtung bedingt, allmählich ganz außer Wirkung gesetzt werden und die kinetische Energie der gekoppelten Schwingung an ihre Stelle tritt.

Es können aber auch periodische Bewegungen entstehen, ohne daß das bewegte System eine Eigenschwingung hätte. Die Dampfmaschine wurde schon als Beispiel angeführt. Ein anderes sind Holundermarkkugeln, die im elektrostatischen Felde zwischen einer positiv und negativ geladenen Platte hin und her fliegen. Sie tun dies auch, wenn sie ganz unelastisch sind, von einer Eigenschwingung also nicht die Rede sein kann. Ein dem Wehneltunterbrecher ganz analoges Beispiel ist der Wasserwidder. Die an den Enden der Röhre herrschende Druckdifferenz würde die Bewegung des Wassers so lange beschleunigen, bis die auftretenden Reibungskräfte gerade den Druckkräften das Gleichgewicht hielten. Ehe dieser Zustand aber erreicht wird, klappt das Ventil zu und setzt dem Wasser einen großen Widerstand entgegen, genau wie die Dampfblase dem elektrischen Strome beim Wehneltunterbrecher. Die bestehende kinetische Energie ruft an der unterbrochenen Stelle einen hohen Druck (= hohe Klemmenspannung) hervor, so daß eine Wassermenge in eine Seitenröhre mit höherem Druck getrieben wird (= eine Elektrizitätsmenge die hohe Entladungsspannung an der Sekundärspule überwindet). Dann öffnet sich das Ventil (= verschwindet die Gasblase) und der Vorgang wiederholt sich von neuem. Bei diesen Systemen ohne Eigenschwingung geht die ganze kinetische Energie bei jeder Bewegungsumkehr für die Schwingung verloren. Sie muß jedesmal durch die äußere Kraft wieder erzeugt werden. Die Schwingung besitzt keinen dauernden Energievorrat und ist daher im allgemeinen gegen Unregelmäßigkeiten sehr empfindlich. Will man regelmäßige Schwingungen haben, koppelt man zweckmäßig das System mit einem anderen, das eine Eigenschwingung besitzt. So verbindet man die Zungenpfeife, deren Wirkungsweise genau wie die des

LIBRARY OF THE UNIVERSITY OF CALIFORNIA
Digitized by Google

Wasserwidders ist, mit einem Schalltrichter, der in Resonanz gerät. Ebenso koppelt man den nicht schwingungsfähigen Kolben der Dampfmaschine mit dem Schwungrad. Man kann daher sagen: *Die Möglichkeit von Eigenschwingungen ist keine notwendige Bedingung für das Zustandekommen einer periodischen Bewegung; doch verleiht sie den Schwingungen eine größere Stabilität und Regelmäßigkeit.*

B. Die eintretenden Erscheinungen.

a) Erste Gruppe: Direkte Steuerung.

§ 52. **Änderung der Masse oder Elastizität.** Bei der Untersuchung der speziellen Fälle lassen sich genau wie bei den elektrischen Schwingungen zwei Gruppen unterscheiden, ob die Steuerung direkt durch die Schwingung oder erst indirekt durch einen gekoppelten Mechanismus bewirkt wird. Bei den mechanischen Schwingungen sei der Fall der direkten Einwirkung vorangestellt. Man kann in völliger Analogie zu den elektrischen Erscheinungen eine weitere Einteilung machen, ob die Steuerung in einer Veränderung des Reibungswiderstandes, der Masse oder Elastizität besteht. Wie eine Schwingung (Rotation) durch Veränderung der Masse unterhalten werden kann, sieht man am oberschlächtigen Wasserrade, dessen Analogie zur Gleichstromdynamo schon S. 34 hervorgehoben wurde. Bei den elastischen Kräften tritt analog der Hysteresis im Dielektrikum und Eisen die elastische Nachwirkung oder eine unvollkommene Elastizität auf. Diese schwächt auch hier die Schwingungen, indem die elastische Kraft beim Rückschwingen schwächer ist als beim Hinschwingen. Im Gegensatz zu den elektrischen Schwingungen kann hier aber durch thermische Energiezufuhr die Schwingung verstärkt und dauernd unterhalten werden. Ein Beispiel dafür ist der Trevelyansche Wackler. Ein kalter Metallstab stößt bei der Schwingung elastisch gegen eine heiße Metallplatte. Während der Berührung beim Stoß erwärmt er sich, so daß er an der Berührungsstelle beim Rückschwingen wärmer ist als beim Hinschwingen. Die elastische Kraft ist daher beim Rückschwingen größer, der Stab wird mit größerer Geschwindigkeit zurückgeworfen, als er beim Hinschwingen hatte. Seine Wirkungsweise ist ganz die gleiche wie bei der Heißluftmaschine, bei der auch die Luft kalt zusammengedrückt wird und heiß sich wieder ausdehnt, bei letzterem Vorgange mehr Arbeit leistend,

Digitized by Google

als beim Zusammendrücken verbraucht wurde. Auch bei den singenden Flammen scheint die Energiezufuhr in einer Veränderung der elastischen Energie zu bestehen. Die im Schwingungsknoten komprimierte Luft wird durch die Flamme erwärmt und dehnt sich mit größerer Heftigkeit aus. Das Schwingen der Flamme selbst scheint nur eine sekundäre Erscheinung zu sein, da ein heißes Drahtnetz dieselbe Wirkung hat. Die singenden Flammen sind häufig gegen kleine Schwingungen stabil. Erst wenn man etwa durch Anstimmen des gleichen Tones eine hinreichend starke Schwingung hervorgerufen hat, wird der Ton dauernd unterhalten.

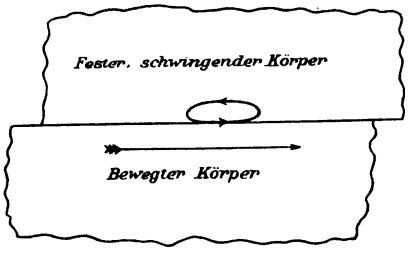
§ 53. **Änderung des Reibungskoeffizienten.** Als Analogie zum veränderlichen elektrischen Widerstande finden sich in der Mechanik die überaus zahlreichen Schwingungserscheinungen, die bei der Reibung entstehen. Die Bedingung, daß den Schwingungen Energie zugeführt wird, lautet nach Satz II, daß $\int K v\, dt > 0$ sein muß, was genau wie bei den elektrischen Systemen bedeutet: *die der Geschwindigkeit v entgegenwirkende Reibungskraft $-K$ muß im Mittel bei größerer (Relativ-) Geschwindigkeit kleiner sein als bei kleinerer Geschwindigkeit.* In der Tat zeigen die Experimente, daß bei unzureichender Schmierung, also gerade wenn Töne entstehen, die Reibung im allgemeinen mit wachsender Geschwindigkeit abnimmt. Insbesondere ist die Reibung für die Relativgeschwindigkeit Null, die relative Ruhe meist bedeutend größer. Daraus müssen ähnliche Erscheinungen folgen, wie die Schwingungen zweiter Art beim Lichtbogen, wo auch der Widerstand für den Strom Null bedeutend größer war, als für endlichen Strom.

Diese Betrachtung setzt voraus, daß die Reibung auch während der Schwingung allein von der jeweiligen Relativbewegung abhängt. Dies wird auch wohl in manchen Fällen zutreffen. Im allgemeinen aber zeigen die Beobachtungen ein so unregelmäßiges Verhalten der Reibung bei der gleichen Relativbewegung, daß eine so einfache Annahme nicht ausreicht. Nur in einem Punkte stimmen alle Beobachtungen überein, daß die Reibung in der Ruhe, der Relativbewegung Null, größer ist, und zwar meist um recht beträchtliches. Es ist schon öfters mehr oder weniger deutlich der naheliegende Gedanke ausgesprochen, daß dies daher komme, daß bei der Bewegung die Berührung keine so innige sei, daß die Körper voneinander abgehoben würden. Diese Vorstellung von der Reibung läßt sich folgendermaßen präzisieren: *Geraten die*

Digitized by Google

Körper bei der Reibung in Schwingungen, so bewegen sich die Teilchen an der Grenzfläche in ellipsenähnlichen Bahnen. Es ist dann ohne weiteres klar, daß die Reibung der Schwingung Energie zuführt (vergl. Fig. 47). Die nötige Steuerung der Reibungskraft besorgt die zur Berührungsfläche senkrechte Komponente, die beim Hinschwingen die Körper zeitweise fest zusammenpreßt, beim Rückschwingen aber sie voneinander abhebt. Die auf voriger Seite aufgestellte notwendige Bedingung für das Zustandekommen der Schwingungen wäre demnach keine allgemeine Eigenschaft der Reibung an sich, sondern erst durch die Schwingungen selbst hervorgerufen.[1]) Geradezu als ein Beweis dieser Theorie läßt sich das häufige Auftreten ganz reiner Töne bei der Reibung betrachten, die sich wohl kaum anders erklären lassen. Daß die Töne gewöhnlich unrein und unregelmäßig sind, liegt daran, daß bei der Reibung im allgemeinen beide Körper Schwingungen ausführen, die sich gegenseitig stören. Auch haben die Körper meist keine bestimmte Eigenschwingung, sondern können alle möglichen Schwingungen ausführen, wie das z. B. bei Platten geläufig ist. Es ist hiernach geradezu zwingend, unregelmäßige Erscheinungen vorauszusagen, wie sie tatsächlich bei der Reibung eintreten. Regelmäßig werden sie nur dann sein, wenn nur der eine Körper schwingt und dieser eine einzige, stark ausgeprägte Eigenschwingung besitzt. Es entstehen daher reine Töne bei der Violine, die mit dem schlaffen Bogen angestrichen wird, bei dem mit einem Stück Kork oder Lappen geriebenen (Glas-) Stab, bei dem klingenden Weinglase, dessen Rand man mit dem weichen Finger reibt. Daß man bei genügender Schmierung die Reibungsvorgänge durch Schwimmen des bewegten Körpers im Schmiermittel, wobei keine Schwingungen entstehen, auffassen kann, scheint durch Experimente bewiesen zu sein. Dieser Fall ist hier also auszuschließen.

Fig. 47.



1) Statt die Änderung der Reibung mit der Geschwindigkeit als Ursache für das Entstehen von Schwingungen aufzufassen, ist hiernach umgekehrt das Entstehen von Schwingungen die Ursache für die Reibungsänderung.

Digitized by Google

Die durch Reibung erzeugten Schwingungen können oft sehr heftig werden. Tyndall brachte durch bloßes longitudinales Anreiben einen Glasstab in so starke Schwingungen, daß er in zahlreiche Stücke zersprang.[1]) Man hat als Grund für das häufige Zerspringen der stählernen Schraubenwellen auf den Schiffen Schwingungen nachgewiesen und diese durch Resonanzwirkung mit der Maschine erklärt. Es scheint nicht ausgeschlossen, daß diese Schwingungen durch Reibung im Drucklager entstehen. Bei dem enormen Druck, der hier übertragen wird, kann die Schmierung leicht eine unzureichende werden. Dann muß aber die Welle bei ihrer stark ausgeprägten Eigenschwingung bei der Reibung gegen das weiche Lagermetall in heftige Schwingungen versetzt werden.

b) Zweite Gruppe: Indirekte Steuerung.

§ 54. **Die notwendige Verzögerung.** Bei dieser Auffassung sind die durch Reibung erzeugten Schwingungen schon zur zweiten Gruppe zu zählen, bei der die Steuerung nicht direkt durch die primäre Schwingung selbst erfolgt. Diese Gruppe nimmt in der Mechanik einen viel bedeutenderen Platz ein, da die Auswahl sehr groß ist, durch einen geeigneten Mechanismus die Steuerung besorgen zu lassen. Freilich tritt hierbei eine Schwierigkeit auf. Nach Satz IIa darf die Steuerung der Kraft K nicht eindeutig vom Ausschlag s abhängen, sondern muß gegen ihn verzögert sein. So kann man bei der Dampfmaschine die Schiebersteuerung unmöglich durch dauernde Koppelung[2]) mit dem Kolben bewirken. Eine solche notwendige Verzögerung der Steuerung gegen den Ausschlag der Schwingung wird häufig dadurch bewirkt, daß die durch die äußere Kraft erzeugte primäre Schwingung eine sekundäre Schwingung erregt und diese die Steuerung für die primäre besorgt.

§ 55. **Beispiele für gekoppelte Schwingungen.** Bei der Reibung wurde diese Art der Steuerung schon oben besprochen. Daß die Rotation als Koppelung zweier in der Phase verschobener Schwingungen aufzufassen ist, wurde schon erwähnt. Alle Rota-

1) Tyndall: Der Schall, S. 196.

2) Eine zeitweise Koppelung, wo der Kolben beim Eingang das Ventil vorwärts stößt, beim Rückgang aber nicht wieder mitnimmt, was einer zweideutigen Abhängigkeit der Steuerung vom Ausschlag entspricht, ist natürlich möglich, aber meist recht unsicher.

Digitized by Google

tionsmaschinen bedürfen daher keiner weiteren Steuerung. Es ist dies der große Vorteil, den die Turbinen und Wasserräder vor der Dampfmaschine haben. Bei letzterer ist das Schwungrad als die gekoppelte Schwingung aufzufassen, das den Schieber bewegt. Fehlt dieses, wie bei manchen Pumpmaschinen, so koppelt man zwei Maschinen so, daß die eine die Steuerung der anderen besorgt. Bei der Luftpumpe auf den Lokomotiven ist das aus zwei ungleichen Kolben bestehende Ventil gewissermaßen die verkümmerte zweite Maschine.

Bei Flüssigkeiten und Gasen gibt es auch eine reibungsähnliche Erscheinung. Diese besteht meistens in Wirbelbildungen, die mit den elliptischen Schwingungen bei festen Körpern große Ähnlichkeit zeigen. Nur werden die Erscheinungen dadurch bedeutend komplizierter, daß die Möglichkeit der Strömung und der Mischung hinzukommt. Auch hier entstehen sehr leicht unregelmäßige Geräusche. Regelmäßige Töne erhält man wieder, wenn die Möglichkeit von Eigenschwingungen vorliegt, wie dies bei der Orgelpfeife und überhaupt bei allen Blasinstrumenten der Fall ist. Doch sind die Erscheinungen hier nicht so einfach. Es sei nur erwähnt, daß Friedrich[1]) experimentell gefunden hat, daß auch bei der Orgelpfeife eine sekundäre Schwingung erregt wird, die zum Anblasestrom senkrecht ist und die Steuerung besorgt. — Man kann bekanntlich auch Pfeifen in einer Flüssigkeit zum Tönen bringen. Eine solche Erscheinung ist auch das störende Geräusch bei Wasserleitungen. Man wird immer bemerken, daß eine Abzweigung vorhanden ist, die genau wie bei der Pfeife durch das vorbeifließende Wasser in Schwingungen gerät. Da das ganze Rohr (aus Blei) dabei mit in Bewegung gerät, so ist der Ton meist unrein. Abstellen ließe sich dieses Geräusch durch eine Erweiterung des Rohres an der Abzweigstelle.

C. Elektromagnetische Unterbrecher.

§ 56. **Allgemeines.** Zum Schlusse seien die obigen Betrachtungen an dem Beispiel der elektromagnetischen Unterbrecher etwas eingehender erläutert. Man hat hier ein mechanisch schwingendes System, das durch geeignete Steuerung der magne-

1) Friedrich, Ann. d. Physik 7, 97, 1902.

Digitized by Google

tischen Anziehung eines elektrischen Gleichstromes in dauernde Schwingungen versetzt wird. Bei den Unterbrechern nach dem Prinzip des Neefschen Hammers wird die Steuerung durch abwechselndes Schließen und Öffnen des Stromes bewirkt. Nach der gewöhnlichen Erklärungsweise[1]) geschieht dies bei einer ganz bestimmten Stellung des Hammers, die Steuerung würde eindeutig nur vom Ausschlag abhängen, dem Hammer keine Energie zugeführt werden. In der Tat, ist die magnetische Anziehung von derselben Stelle des Ausschlags an beim Hin- und Rückweg gleich groß, so wird die Bewegung des Hammers beim Zurückschwingen gegen die magnetische Anziehung ebensoviel verzögert, wie sie beim Hinschwingen durch die Anziehung beschleunigt wird. Die gesamte Energiezufuhr an den Hammer wäre null, dieser müßte durch äußere Energieabgabe bald zur Ruhe kommen. Damit eine Schwingung zustande kommt, darf die elektromagnetische Anziehung nicht beim gleichen Ausschlage auf dem Hin- und Rückwege dieselbe sein, und zwar erkennt man leicht, daß, wenn wie gewöhnlich beim Rückschwingen der Kontakt wieder gemacht wird, die Anziehung gegen den Ausschlag verzögert sein muß, damit sie beim Rückschwingen kürzer wirkt, beim Hinschwingen dagegen länger.

§ 57. **Verzögerung durch Selbstinduktion, Hysteresis oder schlechten Kontakt.** Eine solche Verzögerung wird nun an sich dadurch hervorgerufen, daß der elektrische Strom nicht plötzlich entsteht und verschwindet, sondern wegen der stets vorhandenen Selbstinduktion allmählich anschwillt und abnimmt. Letzteres zeigt sich bei plötzlicher Unterbrechung in dem Unterbrecherfunken. Ein schwach gedämpftes System, wie eine schwingende Feder, kann schon hierdurch in Schwingungen erhalten werden, besonders wenn der Stromkreis große Selbstinduktion besitzt, und die Schwingungen schnell sind. Hierbei wird die Wirkung noch meist durch die Hysteresis des Eisens unterstützt. Im ganzen ist aber die durch beides hervorgerufene Verzögerung recht gering,

1) Im Gegensatz zu den meist unzureichenden Erklärungsweisen machen Helmholtz, Rayleigh und andere auf die Notwendigkeit der Verzögerung aufmerksam, auch darauf, daß sie durch Selbstinduktion und schlechten Kontakt bewirkt wird. Letzterer macht in einer kleinen Anmerkung auch auf die Verzögerung durch die aufgesetzte Feder aufmerksam (Rayleigh, Theorie des Schalls, S. 83).

Digitized by Google

wie aus den folgenden Beobachtungen hervorgeht. Die Verzögerung liegt hauptsächlich im langsamen Anwachsen des Stromes. Der Stromabfall bei der Unterbrechung geht viel schneller vor sich, wie das ja bei Induktionsapparaten bekannt ist.

Eine weitere Verzögerung wird oft durch schlechten Kontakt hervorgerufen. Dies trifft besonders bei Quecksilberkontakten ein. Ich untersuchte daraufhin eine Rogetsche Spirale. Über das Quecksilber war etwas angesäuertes Wasser geschichtet. Verband ich dann das Ende der Spirale aus Stahl mit dem negativen Pole, so blieb er vollkommen blank und gab sofort beim Berühren mit dem Quecksilber Kontakt. Den Augenblick, wo der Kontakt stattfand, konnte man an der Quecksilberoberfläche deutlich erkennen. Es gelang auch bei starkem Strome nicht, die Spirale in Schwingungen zu erhalten. Vorgeschaltete Selbstinduktion hatte bei der Langsamkeit der Schwingungen — etwa eine pro Sekunde — keinen Einfluß. Bildete dagegen der Stahlkontakt den positiven Pol, so oxydierte er sich und gab erst Kontakt, wenn fast der tiefste Punkt der Schwingung erreicht war. Dies entspricht der besten Verzögerung um $^1/_4$ Periode. Die Spirale führte starke Schwingungen aus, besonders wenn man durch einen hineingesteckten Eisenstab ihre Selbstinduktion und damit die Anziehung der einzelnen Windungen erhöhte.

§ 58. **Verzögerung durch gekoppelte Schwingung.** Weiter kann man das schon vorher besprochene Mittel anwenden, eine gekoppelte und daher in der Phase verzögerte Schwingung zur Steuerung zu benutzen. Dabei kann man einerseits eine mechanische Schwingung koppeln. Dies tut man bei den elektrischen Klingeln, indem man auf dem Hammer seitwärts eine Feder aufsetzt und diese den Kontakt machen läßt. Die Feder wird dann gegen die Schwingungen des Hammers in der Phase zurückbleiben. Freilich wird durch das Anschlagen der Feder gegen die Kontaktschraube und des Hammers gegen die Glocke die Periode und Phase verändert, und man pflegt der Feder eine kürzere Schwingungsdauer als dem Hammer zu geben, was sich experimentell als zweckmäßig herausgestellt hat. Ich untersuchte eine kleine elektrische Klingel, bei der die Feder ziemlich kurz war und viel schneller schwang, als der sich selbst überlassene Hammer. Dabei stellte sich folgendes heraus: Zunächst wurde die Kontaktschraube weit zurückgeschoben und es durch Neigen der Klingel dahin gebracht, daß der Hammer

Digitized by Google

ganz langsam schwang (Periode seiner Eigenschwingung) bei schwachem Strome. Schaltete ich dann eine größere Selbstinduktion, eine Spule aus dickem Draht vor, so wurde die Schwingung stärker, besonders wenn ich Eisen in die Spule steckte. Dies war daran zu erkennen, daß der Hammer gegen den Magneten anschlug, was er vorher nicht tat (die Glocke war entfernt). Dann wurde die Kontaktschraube in ihre normale Lage vorgeschoben. Der Hammer schwang jetzt bedeutend schneller und kräftiger. Schaltete ich jetzt dieselbe Selbstinduktion vor, so wurden die Schwingungen langsamer. Man sieht daraus deutlich: Bei den langsamen Schwingungen war die Verzögerung durch die Selbstinduktion der Klingel und die hier nur wenig mitschwingende Feder noch nicht die bestmögliche, so daß sie durch Vorschalten von Selbstinduktion verbessert wurde, trotzdem die Selbstinduktion einen wenn auch kleinen Widerstand hatte. Bei den schnelleren Schwingungen dagegen trat der verzögernde Einfluß der Selbstinduktion der Klingel und der jetzt stärker mitschwingenden Feder so stark hervor, daß eine weitere Verzögerung nur schädlich wirkte.

Außer der Koppelung eines mechanischen Systems, der schwingenden Feder, kann man aber auch ein elektrisches System koppeln, indem der Hauptstrom einen sekundären Stromkreis induziert und dieser die Steuerung besorgt. Dieser Vorgang bewirkt wesentlich die starken Schwingungen des Unterbrechers bei Induktionsapparaten. Auch hier habe ich einige Experimente angestellt. Auf die Feder eines kleinen Induktoriums wurde ein Kartonblatt geklebt, das einerseits die Dämpfung der Feder vergrößerte, andererseits an der äußeren hervorspringenden Ecke durch einen untergehaltenen Maßstab die Größe der Schwingungen abzulesen gestattete. Die Schwingungen waren nie so groß, daß die Feder gegen den Eisenkern schlug, was eine Änderung der Periode bedingt hätte. Die beobachteten Resultate zeigt die Tabelle auf folgender Seite. Der Widerstand der Primärspule selbst betrug etwa 0,5 Ω. Man sieht, daß der induzierte und daher in der Phase verzögerte Strom in der Sekundärspule wesentlich die starken Schwingungen bedingt. Bei offener Sekundärspule wirkt nur die Verzögerung durch die Selbstinduktion und die Hysteresis im Eisen, die beide selbst bei den schnellen Schwingungen der Feder nur wenig Energie liefern. Die Verzögerung durch die Selbstinduktion ist der Größe

Digitized by Google

Nr.	E.m. Kraft	Vorschaltwiderstand	Mittlerer Strom	Ausschlag, wenn Sekundärspule offen	Ausschlag, wenn Sekundärspule geschlossen
1	2 Volt	2,5 Ω	0,67 Ampere	0 mm	0,2 mm
2	2 „	2 Ω	0,8 „	0,1 „	0,4 „
3	2 „	1 Ω	1,33 „	0,8 „	2,6 „
4	2 „	0,7 Ω	1,67 „	1,9 „	4 „
5	10 „	10 Ω	0,95 „	0 „	0,4 „
6	10 „	5 Ω	1,82 „	1,5 „	4,1 „

$\frac{L}{W}$ proportional, d. h. nimmt mit wachsendem W ab. In der Tat sind die Schwingungen 5 und 6 kleiner, als die Schwingungen 2 und 4, trotz größerer Stromstärke.

Verwendet man nach Starke[1]) statt der Feder eine Telephonmembran ohne bestimmte Eigenschwingung und schließt die Sekundärspule durch eine Kapazität kurz, so bewirken die Schwingungen im Sekundärkreise nicht nur die richtige Steuerung für den Primärstrom, sondern prägen der Membran auch die Periode ihrer Eigenschwingung auf. Eine ähnliche Wirkung findet statt, wenn man in einem Stromkreis mit Telephon und Mikrophon das Telephon gegen das Mikrophon kehrt (vergl. S. 29). Es entsteht dann von selbst ein Ton, dessen Höhe sich mit der Entfernung zwischen Telephon und Mikrophon ändert. Es kann immer nur ein solcher Ton auftreten, daß die Verzögerung durch die Selbstinduktion im Telephon im Verein mit der, die durch die Zeit der Fortpflanzung des Schalls vom Telephon zum Mikrophon bewirkt wird, etwa $^1/_4$ Periode beträgt. Übrigens ist auch hier der Zustand oft gegen kleine Schwingungen stabil. Erst bei einem Anstoß oder wenn man den richtigen Ton anstimmt, dauert das Tönen fort. Auch bei Induktionsapparaten tritt das Schwingen der Kontaktfeder häufig erst nach einem stärkeren Anstoße ein.

1) Starke, Experimentelle Elektrizitätslehre S. 285

Digitized by Google

Zusammenfassung.

Für die elektrischen Schwingungen wurden folgende Sätze abgeleitet: Die notwendige Bedingung für das Bestehen dauernder Schwingungen (= Wechselstrom) ist ein im Stromsystem befindlicher veränderlicher Wechselwiderstand (W, L, C). Dieser ist wie ein Wechselstromgenerator aufzufassen und zu behandeln. Bei veränderlichem Ohmschen Widerstande entstammt die Energie dem Gleichstrom, bei veränderlicher Induktion oder Kapazität mechanischer Arbeitsleistung.

Die notwendige Veränderung eines Wechselwiderstandes kann einerseits durch eine periodische äußere Einwirkung geschehen. Als Beispiel eines derartig veränderten Ohmschen Widerstandes wurde das Mikrophon behandelt. Unter der Auffassung des veränderlichen Widerstandes als Wechselstromgenerator wurden zwei bekannte und eine neue Schaltung diskutiert und die Bedingung abgeleitet, daß bei guter Verständigung die Stromschwankungen klein gegen den Gleichstrom bleiben müssen. Auch die mechanischen Unterbrecher wurden als veränderliche Widerstände diskutiert und besonders eine neue Schaltung, der „Resonanzunterbrecher", in bezug auf hohe Frequenzen untersucht. Ferner wurde einerseits die Möglichkeit eines Telephonrelais besprochen und andererseits gezeigt, wie man die äußere Einwirkung durch Rückwirkung des durch sie erzeugten Wechselstromes selbsttätig machen kann. Die Dynamomaschinen wurden als veränderliche Induktion, die Influenzmaschinen als veränderliche Kapazität aufgefaßt. Ohne weiteren veränderlichen Ohmschen Widerstand (Kollektor, Kommutator) kann man mit beiden nur Wechselströme, und zwar nur solche von der Periode der äußeren Einwirkung erhalten (Wechselstrommaschinen). Mit Anwendung veränderlicher Widerstände kann man nahezu einen Gleichstrom erhalten. Eine derartige Gleichstrom-(Hauptschluß-)maschine kann man einerseits als Telephonrelais verwenden, andererseits mit ihr selbsttätig die Eigen-

Digitized by Google

schwingungen eines aus Selbstinduktion und Kapazität bestehenden Systemes dauernd unterhalten. Dynamo- und Influenzmaschine sind in vieler Hinsicht Analoga.

Ferner kann die notwendige Veränderung eines Wechselwiderstandes durch den durchfließenden Strom selbst geschehen. Eine Schwingungserzeugung dadurch ist nur bei Ohmschen Widerständen möglich, besonders bei Gasentladungen, und auch hier ergibt eine Energiebetrachtung die einschränkende Bedingung einer „im Mittel" fallenden Charakteristik. Ein derartiger Leiter hat die Eigenschaft, jeden durch ihn fließenden Wechselstrom zu verstärken. Die dauernde Unterhaltung einer elektrischen Eigenschwingung ist nur ein spezieller Fall davon. Die Stabilitätsfragen spielen hier eine besondere Rolle, und es wurde gezeigt, daß man bei dem Vorhandensein von Eigenschwingungen außer der gewöhnlichen Stabilität noch eine Stabilität gegen Schwingungen zu unterscheiden hat. Dies wurde an Hand der Charakteristikentheorie und an einem speziellen Beispiel durch Rechnung erläutert.

Diese Resultate wurden auf den selbsttönenden Lichtbogen angewandt unter teilweiser Benutzung eigener Experimente. Es zeigte sich, daß man dreierlei Arten von Schwingungsvorgängen unterscheiden muß. Bei dem ersten Typus löscht der Lichtbogen niemals aus, beim zweiten löscht er dagegen während jeder Periode aus, und beim dritten findet sogar eine Rückzündung in der dem Gleichstrom entgegengesetzten Richtung statt. Von großer Wichtigkeit ist eine große Vorschaltselbstinduktion im Zuleitungszweige. Die drei Schwingungsarten wurden dann im einzelnen genauer untersucht, insbesondere auf ihre Resonanzfähigkeit, hohe Frequenz und Leistungsfähigkeit. Die Schwingungen des ersten Typus besitzen nur die erstere Eigenschaft. Sie sind gut sinusförmig. Die Schwingungen des zweiten Typus können alle drei Eigenschaften in sich am besten vereinigen. Es ist dazu nötig, daß nach dem Erlöschen des Lichtbogens die zum Zünden nötige Spannung nach Verlauf einer Zeit, die nur Bruchteile der ganzen Schwingungsdauer beträgt, schon hohe Werte besitzt. Ferner zeigen die Stabilitätsbetrachtungen, daß man nur dann dauernde Schwingungen erhält, wenn die Zündspannung nach dem Erlöschen anfangs schneller ansteigt, als später. Es wurden Methoden angegeben, wie man dies voraussichtlich erreichen kann. Die Schwingungen des dritten Typus sind in ihrem Verhalten denen zweiter Art sehr ähnlich.

Digitized by Google

Nur werden sie noch mehr als diese zu großen Unregelmäßigkeiten neigen, da sie beide von der sehr leicht veränderlichen dynamischen Zündspannung abhängen.

Bei den mechanischen Schwingungen wurde zunächst das Analoge und die Unterschiede zwischen den elektrischen Erscheinungen hervorgehoben und an Beispielen gezeigt. Besonders wurden die Reibungserscheinungen näher diskutiert. Es wurde auf die notwendige Verzögerung hingewiesen, die die Steuerung gegen den Ausschlag haben muß und dies an einigen Beispielen erklärt. Zum Schlusse wurden die Resultate auf die elektromagnetischen Unterbrecher angewandt unter Benutzung eigener Experimente.

Göttingen, Institut für angewandte Elektrizitätslehre,
Ostern 1907.

Digitized by Google

Druck von August Pries in Leipzig.

Digitized by Google

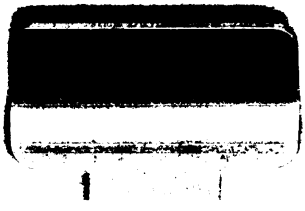
Digitized by Google

Digitized by Google

YC 10910

QC665
B38

219413



Digitized by Google

Digitized by Google